

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (A ou B). A puntuación máxima dos exercicios en cada opción é: 3 puntos o exercicio 1, 3 puntos o exercicio 2, 2 puntos o exercicio 3 e 2 puntos o exercicio 4.

OPCIÓN A

1) Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2x \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -y & 0 \\ 0 & 1 & y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & z & z \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Calcula os valores de x , y , z para os que se verifica $2A - 4B + 3C = D^{-1}$.

2) Unha empresa fabrica bicicletas e vende cada unidade dun determinado modelo a un prezo $P(x)$ (en euros) que depende do número x de bicicletas dese modelo que teña fabricado. Tal función é $P(x) = 384 - \frac{2x^2}{75}$, $0 < x \leq 60$.

Na fabricación das x bicicletas prodúcese un gasto fixo de 100 euros máis un gasto variable de 256 euros por cada bicicleta fabricada.

(a) Calcula a función que expresa o beneficio obtido pola empresa na fabricación de x bicicletas.

(b) ¿Cantas bicicletas deberá fabricar a empresa para obter o máximo beneficio?

(c) Para o número de bicicletas anterior, calcula o gasto, o ingreso e o beneficio máximo.

3) Un estudo sociolóxico afirma que 3 de cada 10 persoas dunha determinada poboación son obesas, das cales o 60% segue unha dieta. Por outra parte, o 63% da poboación non é obesa e non segue unha dieta.

(a) ¿Que porcentaxe da poboación segue unha dieta?

(b) Se unha persoa elixida ao chou segue unha dieta, ¿cal é a probabilidade de que sexa obesa?

4) O peso (en gramos) dos polos que chegan a un matadoiro segue unha distribución normal cunha desviación típica de $\sigma = 320$ gramos.

(a) Se se estableceu o intervalo (2990, 3130) como intervalo de confianza para a media μ a partir dunha mostra de 64 polos, ¿cal é o valor da media mostral, \bar{X} ?, ¿con que nivel de confianza se construíu o intervalo?

(b) ¿Cantos polos deberíamos pesar para que o nivel de confianza do intervalo anterior sexa do 97%?

OPCIÓN B

1) Unha empresa de transportes ten que trasladar bloques de granito dende unha canteira a un serradoiro de pedra. Para iso dispón dun máximo de 8 camións de tipo A e un máximo de 12 camións de tipo B. Cada camiión de tipo A necesita un operario e pode transportar 24 toneladas de granito cun gasto de 150 euros, mentres que cada camiión de tipo B necesita dous operarios e pode transportar 12 toneladas de granito cun gasto de 300 euros. Sábese que se necesitarán un mínimo de 15 operarios, que se transportarán un mínimo de 108 toneladas de granito e que o número de camiións de tipo A utilizados non será superior ao número de camiións de tipo B.

(a) Formula o sistema de inecuacións asociado ao problema. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) Calcula tódalas posibilidades que ten a empresa de distribuir os camiións para minimizar o gasto

2) O número N de exemplares vendidos (en miles) dunha revista destinada ao público adolescente é estimado pola

$$\text{función } N(t) = \begin{cases} 3t(10-t), & 0 \leq t \leq 8 \\ \frac{624t}{t^2+144} + 24, & t > 8 \end{cases}, \text{ onde } t \text{ é o tempo transcorrido en semanas.}$$

Determina: os períodos nos que aumentan e nos que diminúen as vendas da revista, cando se acada o maior número de vendas e a canto ascenden. ¿A que valor tende o número de vendas co paso do tempo?

3) Sexan A e B sucesos tales que $P(A \cap B) = 0,1$; $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,6$; $P(A/B) = 0,5$, onde \bar{A} e \bar{B} denotan os sucesos contrarios de A e B respectivamente.

(a) Calcula as probabilidades seguintes: $P(B)$ e $P(A \cup B)$.

(b) ¿Son os sucesos A e B independentes? Xustifica a resposta.

4) (a) As puntuacións dun test de aptitude feito aos alumnos dun centro de ensino seguen unha distribución normal $N(\mu = 1000, \sigma = 600)$. Calcula a probabilidade de que a puntuación media, para unha mostra de 64 alumnos, estea comprendida entre 964 e 1036 puntos.

(b) ¿Cantos alumnos deberíamos seleccionar, como mínimo, para garantir cun 99,5% de confianza unha estimación da puntuación media de tódolos alumnos do centro, cun erro non superior a 150 puntos?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O/A alumno/a debe responder só os exercicios dunha das dúas opcións (A ou B). A puntuación máxima dos exercicios en cada opción é: 3 puntos o exercicio 1, 3 puntos o exercicio 2, 2 puntos o exercicio 3 e 2 puntos o exercicio 4.

OPCIÓN A

1) Dada a ecuación matricial $A \cdot X + A^t = X + B$, sendo A^t a matriz trasposta de A , $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

- (a) Despexar a matriz X . Calcular a matriz inversa de $(A - I_2)$, sendo I_2 a matriz identidade de orde 2.
(b) Resolver a ecuación matricial.

2) A función $C(t) = -t^3 + 9t^2 - 15t + 50$, $0 \leq t \leq 6$, axústase á cotización en euros de certa moeda nos últimos seis anos ($C(t)$ indica a cotización no tempo t medido en anos).

- (a) Encontra os intervalos de tempo nos que a cotización creceu e nos que decreceu.
(b) ¿En que momentos houbo unha cotización máis baixa e máis alta? ¿cales foron esas cotizacións?
(c) ¿Ten $C(t)$ algún punto de inflexión? En caso afirmativo, calcúlaos e traza a gráfica da función no intervalo dado de tempo.

3) Realízase un estudo para determinar se os fogares dunha pequena cidade se subscribirían a un servizo de televisión por cable. Os fogares clasifícanse de acordo ao seu nivel de renda: alta, media ou baixa. A seguinte táboa móstranos as probabilidades das distintas interseccións:

	Renda baixa	Renda media	Renda alta
Subscribiríanse	0,05	0,15	0,10
Non se subscribirían	0,15	0,47	0,08

- (a) Se o fogar subscribe o servizo, ¿cal é a probabilidade de que sexa de renda alta?
(b) ¿Son renda e posible subscrición á televisión por cable independentes? Xustificar a resposta.
(c) Calcula a probabilidade de que un fogar seleccionado ao chou pertenza polo menos a unha destas categorías: "renda media" ou "desexan subscribirse".

4) Un equipo da garda civil de tráfico fai controis de velocidade nunha travesía dunha determinada poboación. Sábese que a variable velocidade en travesía (en km/h) segue unha distribución normal con media μ e desviación típica σ .

- (a) Tras controlar o paso pola travesía de 100 vehículos, dinnos que: "a velocidade media en travesía, μ , toma valores entre 56,08 km/h e 63,92 km/h, co 95% de confianza". Con esta información calcula σ e o valor da media da mostra \bar{X} .
(b) Se tomamos como $\mu = 60$ km/h e co valor de $\sigma = 20$ km/h, calcula a porcentaxe de mostras de 64 vehículos cuxa velocidade media supere os 65 km/h.

OPCIÓN B

1) Unha pequena empresa desexa contratar traballadores de dúas categorías laborais: I e II. Pretende que o número total de traballadores contratados non sexa inferior a 9 nin superior a 12 e, ademais, o número de traballadores da categoría I non poderá ser inferior ao dobre de traballadores da categoría II. O custo laboral dun traballador da categoría I está estimado en 1400 euros ao mes e o dun da categoría II en 1100 euros ao mes.

- (a) Formula o sistema de inecuacións asociado ao enunciado. Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.
(b) Calcula o número de traballadores de cada categoría laboral que a empresa debe contratar para minimizar os custos laborais mensuais.

2) Unha fábrica produce diariamente un total de 20 artigos de dous modelos diferentes A e B.

O custo de produción diario (en euros) vén dado por $C = 6x^3 + 450y - 2500$, sendo x o número de modelos do tipo A e y o número de modelos do tipo B. ¿Cantos modelos de cada tipo debe producir diariamente para minimizar o custo de produción diario? Calcula ese custo de produción mínimo.

3) Un estudo estima que, en xeral, a probabilidade de que unha empresa tecnolóxica non obteña os beneficios anuais esperados é 0,5; a probabilidade de que unha entidade bancaria non alcance ao final do ano os beneficios esperados é 0,2 e a probabilidade de que ámbalas dúas empresas non obteñan os beneficios anuais esperados é 0,1.

- (a) ¿Cal é a probabilidade de que polo menos unha das dúas non obteña os beneficios anuais esperados?
(b) ¿Cal é a probabilidade de que soamente unha das dúas non obteña os beneficios anuais esperados?

4) (a) Se os salarios anuais dos traballadores de certa empresa se distribúen segundo unha $N(\mu, \sigma = 1200)$, calcula un intervalo do 95% de confianza para o salario medio anual dos traballadores da empresa, se para iso se seleccionan ao chou 64 traballadores e se obtén que o seu salario medio anual é 26000 euros.

- (b) ¿Que tamaño de mostra se necesita para garantir, cun 97% de confianza, unha estimación do salario medio anual dos traballadores da empresa, cun erro non superior a 200 euros?

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 (3 puntos)

- Calcular a inversa da matriz D : **1'5 puntos**.– Calcular $2A - 4B + 3C$: **0'5 puntos**.
- Formulación do sistema de ecuacións: **0'25 puntos**.
- Resolución do sistema: **0'75 puntos (0'25 puntos por cada unha das tres incógnitas)**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a)1 punto:

- Determinar a función ingresos: **0'25 puntos**.
- Determinar a función gastos: **0'25 puntos**.
- Determinar a función beneficio: **0'5 puntos**.

(b)1'25 puntos:

- Derivada da función beneficio: **0'75 puntos**.
- Punto crítico: **0'25 puntos**.
- Xustificación do máximo absoluto: **0'25 puntos**.

(c)0'75 puntos:

- Cálculo do ingreso, gasto e beneficio máximo: **0'75 puntos (0'25 puntos por cada un deles)**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

(a)1 punto:

- Formulación do enunciado: **0'25 puntos**.
- Expresar o teorema das probabilidades totais e identificar cada unha das probabilidades da fórmula anterior: **0'50 puntos**.
- Resultado final: **0'25 puntos**.

(b)1 punto:

- Formulación da probabilidade pedida: **0'25 puntos**.
- Expresión e cálculos na probabilidade anterior: **0'75 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a)1 punto:

- Cálculo de \bar{X} : **0'5 puntos**.
- Cálculo de $1 - \alpha$: **0'5 puntos**.

(b)1 punto:

- Formulación: **0'25 puntos**.
- Obter $z_{\alpha/2}$: **0'25 puntos**.
- Cálculo de n : **0'25 puntos**.
- Expresión do valor (e valores) enteiro de n : **0'25 puntos**

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 (3 puntos)

(a)2'25 puntos:

- Formular o sistema de inecuacións: **1 punto**.
- Vértices da rexión factible: **0'75 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **0'5 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os seis vértices).

(b)0'75 puntos:

- Por cada unha das tres solucións factibles: **0'25 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

1'75 puntos:

- Derivada da función no primeiro anaco: **0'25 puntos**.
- Derivada no segundo anaco: **0'5 puntos**.
- Intervalos de crecemento e resposta aos períodos nos que aumentan as vendas: **0'5 puntos**.
- Intervalos de decrecemento e resposta aos períodos nos que diminúen as vendas: **0'5 puntos**.

Criterios de Avaliación / Corrección

0'5 puntos:

- Por determinar o máximo: **0'25 puntos**.
- Comprobar se é absoluto: **0'25 puntos**.

0'25 puntos: calcular as vendas máximas.

0'5 puntos: pola asíntota horizontal: valor ao que tenden as vendas co paso do tempo.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

(a) 1 punto:

- Polo cálculo de $P(B)$: **0'5 puntos**.
- Polo cálculo de $P(A \cup B)$: **0'5 puntos**.

(b) 1 punto:

- Determinar a probabilidade ou probabilidades precisas para probar a dependencia ou independencia dos sucesos: **0'5 puntos**.
- Xustificar coa definición apropiada se son ou non independentes: **0'5 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a) 1 punto:

- Determinar a distribución de \bar{X} : **0'25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: **0'25 puntos**.
- Tipificación: **0'25 puntos**.
- Uso das táboas e resultado final: **0'25 puntos**.

(b) 1 punto:

- Formulación: **0'25 puntos**.
- Calcular $z_{\alpha/2}$: **0'25 puntos**.
- Cálculo de n : **0'25 puntos**.
- Expresión do valor (e valores) enteiro de n : **0'25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 (3 puntos)

(a) 2 puntos:

- Despejar a matriz X : **0'75 puntos**.
- Calcular A^{-1} : **0'25 puntos**.
- Calcular a matriz inversa de A^{-1} : **1 punto**.

(b) 1 punto:

- Calcular $B - A^2$: **0'50 puntos**.
- Calcular X : **0'50 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a) 1'25 puntos:

- Determinar a primeira derivada: **0'25 puntos**.
- Calcular os puntos críticos: **0'25 puntos**.
- Determinar os intervalos de tempo pedidos: **0'75 puntos**.

(b) 0'75 puntos:

- Máximo absoluto: **0'25 puntos**.
- Mínimo absoluto: **0'25 puntos**.
- Cotizacións máxima e mínima: **0'25 puntos**.

(c) 1 punto:

- Determinar a segunda derivada: **0'25 puntos**.
- Calcular o punto de inflexión: **0'25 puntos**.
- Representación gráfica: **0'50 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

(a) 0'75 puntos:

- Formular a probabilidade pedida: **0'25 puntos**.

Criterios de Avaliación / Corrección

- Calcular a probabilidade condicionada anterior: **0'25 puntos**.
- Resultado final: **0'25 puntos**.
- (b) **0'75 puntos:**
 - Definición de sucesos independentes (ou dependentes): **0'25 puntos**.
 - Cálculo das probabilidades que interveñan na definición anterior: **0'25 puntos**.
 - Dedución final: **0'25 puntos**.
- (c) **0'50 puntos:**
 - Formular a probabilidade da unión: **0'25 puntos**.
 - Resultado final: **0'25 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

- (a) **1 punto:**
 - Cálculo da media da mostra: **0'50 puntos**.
 - Formular a ecuación que corresponde ao raio do intervalo: **0'25 puntos**.
 - Resultado para a desviación típica: **0'25 puntos**.
- (b) **1 punto:**
 - Determinar a distribución de μ : **0'25 puntos**.
 - Formular a probabilidade pedida: **0'25 puntos**.
 - Tipificación e paso a táboas: **0'25 puntos**.
 - Resultado final: **0'25 puntos**.

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 (3 puntos)

- (a) **2'50 puntos:**
 - Formular o sistema de inecuacións: **1 punto (0'25 puntos por cada unha das catro inecuacións)**.
 - Vértices da rexión factible: **0'75 puntos (0'25 puntos polos dous puntos de corte co eixe x + 0'50 puntos polos dous que resultan da intersección das rectas correspondentes)**.
 - Representación gráfica da rexión factible: **0'75 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por estas e os catro vértices).
- (b) **0'50 puntos:**
 - Pola función obxectivo: **0'25 puntos**.
 - Pola solución óptima: **0'25 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

- Expresar unha das variables en función da outra: **0'25 puntos**.
- Determinar a función custo para minimizar: **0'75 puntos**.
- Cálculo da súa derivada primeira: **0'75 puntos**.
- Obter o punto crítico válido: **0'25 puntos**.
- Comprobar que é mínimo: **0'25 puntos**.
- Especificar o número de modelos de cada tipo que minimizan o custo: **0'50 puntos (0'25 puntos por cada un deles)**.
- Calcular o custo de produción mínimo: **0'25 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

- (a) **1 punto:**
 - Formulación da probabilidade pedida: **0'25 puntos**.
 - Expresión e cálculos na probabilidade anterior: **0'75 puntos**.
- (b) **1 punto:**
 - Formulación da probabilidade pedida: **0'50 puntos**.
 - Expresión e cálculos na probabilidade anterior: **0'50 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

- (a) **1 punto:**
 - Expresión do intervalo de confianza: **0'50 puntos**.
 - Calcular numericamente os extremos do intervalo: **0'50 puntos**.
- (b) **1 punto:**
 - Formulación: **0'25 puntos**.
 - Calcular \bar{x} : **0'25 puntos**.
 - Cálculo de n : **0'25 puntos**.
 - Expresión do valor (e valores) enteiro de n : **0'25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (A ou B)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

– Calcular a inversa da matriz D , $D^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **1'50 puntos.**

– Calcular $2A - 4B + 3C = \begin{pmatrix} 1 & 4y + 3z & 4x + 3z \\ 0 & 1 & 2x - 4y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **0'50 puntos.**

– **Formulación do sistema de ecuacións** $\begin{cases} 4y + 3z = 1 \\ 4x + 3z = 5 \\ 2x - 4y = 6 \end{cases}$ **0'25 puntos.** – **Resolución do sistema**, por calquera

método, obtendo a solución $x = -1$, $y = -2$, $z = 3$ **0'75 puntos (0'25 puntos por cada incógnita).**

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

A empresa vende “cada bicicleta” a un prezo (en euros) $P(x) = 384 - \frac{2x^2}{75}$, sendo $0 < x \leq 60$ e “ x ” o número de bicicletas que teña fabricado. Na fabricación das “ x ” bicicletas prodúcese un: gasto fixo + gasto variable.

(a) **1 punto:** A función a determinar é a función beneficio obtido pola empresa na fabricación de “ x ” bicicletas = $B(x)$ = Función ingreso nas “ x ” bicicletas – Función gasto nas “ x ” bicicletas, sendo

– Función ingreso nas “ x ” bicicletas = $I(x) = x \cdot P(x) = 384x - \frac{2}{75}x^3$ **0'25 puntos.**

– Función gasto nas “ x ” bicicletas = $G(x) = 100 + 256x$ **0'25 puntos.** Restando ámbalas funcións resulta que a

función que nos piden é $B(x) = -\frac{2}{75}x^3 + 128x - 100$ **0'50 puntos.**

(b) **1'25 puntos:** Determinar a *derivada da función beneficio* $B'(x) = -\frac{2}{25}x^2 + 128$ **0'75 puntos.**

– Calcular os *puntos críticos* $B'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1600 \Rightarrow x = 40$ (solución válida) **0'25 puntos.**

– *Xustificar* que en $x = 40$ hai un *máximo absoluto*, calculando $B''(x) = -\frac{4}{25}x$, $B''(40) < 0$ (Comprobar o valor de B nos extremos da función ou ben observar que entre 40 e 60 non hai un mínimo) **0'25 puntos.**

(c) **0'75 puntos:** Para $x = 40$, calcula o gasto, o ingreso e o beneficio máximo:

$G(40) = 10.340$ euros **0'25 puntos.** – $I(40) = 13.653'33$ euros **0'25 puntos.** – $B(40) = 3.313'33$ euros **0'25 puntos.**

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Denominamos aos sucesos O : unha persoa desa poboación é obesa, D : unha persoa desa poboación segue unha dieta. Os datos que recolleemos do enunciado son: $P(O) = 0\text{,}3$, $P(D/O) = 0\text{,}6$, $P(\bar{O} \cap \bar{D}) = 0\text{,}63$.

(a) **1 punto:** *¿Que porcentaxe da poboación segue unha dieta?*

– Formular o enunciado $P(D)$ **0'25 puntos.** – Expresión de $P(D) = P(O)P(D/O) + P(\bar{O})P(D/\bar{O})$ **0'25 puntos.**

– Calcular $P(D/\bar{O}) = 1 - P(\bar{D}/\bar{O}) = 1 - \frac{P(\bar{D} \cap \bar{O})}{P(\bar{O})} = 1 - \frac{0\text{,}63}{0\text{,}7} = 0\text{,}4$ **0'25 puntos.**

– Resultado final $P(D) = 0'25$, é dicir, o 25% desa poboación segue unha dieta **0'25 puntos.**

(b) **1 punto:** *Se unha persoa elixida ao chou segue unha dieta, ¿cal é a probabilidade de que sexa obesa?*

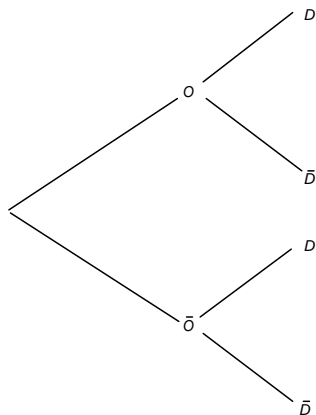
– Formulación da probabilidade pedida $P(O/D)$ **0'25 puntos.** – Expresión da probabilidade condicionada

anterior $\frac{P(O \cap D)}{P(D)}$ **0'25 puntos.** – Cálculo de $P(O \cap D) = P(O) \cdot P(D/O) = 0\text{,}18$ **0'25 puntos.**

– Resultado final $P(O/D) = 0\text{,}72$ **0'25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

Tamén podemos facer o exercicio construíndo unha táboa de continxencia ou ben un diagrama de árbore, avaliándose con **1 punto** (ou a táboa ou o diagrama). Os apartados (a) e (b) puntúanse agora con **0'50 puntos** cada un deles, repartindo **0'25 puntos** pola formulación do enunciado máis **0'25 puntos** polo resultado final.



	O	D̄	
D	18	7	25
D̄	12	63	75
	30	70	100

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sexa “ $X = \text{peso, en gramos, dun polo que chega a un matadoiro}$ ”
 $X : N(\mu, \sigma = 320)$.

(a) **1 punto.** A partir dunha mostra de $n = 64$ polos estableceuse o intervalo (2990, 3130) como intervalo de confianza para a media μ , ¿cal é o valor de \bar{X} ? ¿con que nivel de confianza se construíu o intervalo?

– Igualando os extremos do intervalo de confianza para a media cos do enunciado:

$$\begin{cases} \bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{320}{\sqrt{64}} = 2990 \\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{320}{\sqrt{64}} = 3130 \end{cases}$$

e resolvendo, obtense que a media mostral toma o valor particular, para a mostra dada, $\bar{x} = 3060$ gramos **0'50 puntos**. Deducimos tamén que $z_{\alpha/2} = 1'75$ **0'25 puntos**, usando as táboas resulta $1 - \alpha/2 = 0\cdot9599$ e operando obtemos que o nivel de confianza é $1 - \alpha = 0\cdot9198$ **0'25 puntos**.

(b) **1 punto.** ¿Cantos polos deberíamos pesar para que o nivel de confianza do intervalo anterior sexa do 97%?

– Formulación: $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 70$ **0'25 puntos**.– Obter $z_{\alpha/2} = 2\cdot17$ a partir de que $1 - \alpha = 0\cdot97$ **0'25 puntos**.

– Cálculo de “ n ” despxando na ecuación anterior $2\cdot17 \cdot \frac{320}{\sqrt{n}} = 70 \Rightarrow n = 98\cdot4064$ **0'25 puntos**.– Expresión do valor enteiro de n , “deberíamos pesar, a lo menos, 99 polos” **0'25 puntos**.

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

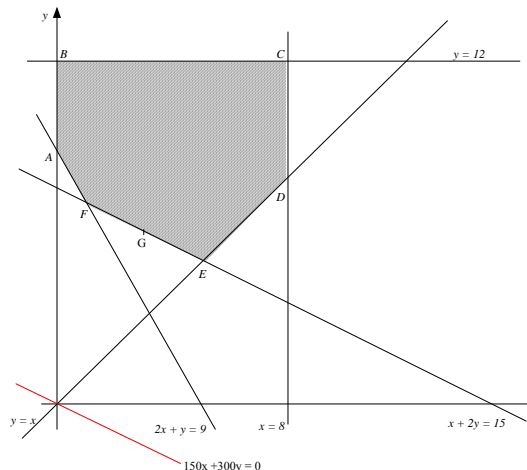
Sexan “ x ” o número de camiões de tipo A e “ y ” o número camiões de tipo B, que a empresa utilizará no transporte.

(a) **2'25 puntos:**

– Formular o sistema de inecuacións: $0 \leq x \leq 8$; $0 \leq y \leq 12$; **0,25 puntos**.
 $x + 2y \geq 15$; $24x + 12y \geq 108$; $x \leq y$; **0,75 puntos (0,25 puntos por cada unha delas)**.

– Vértices da rexión factible **0'75 puntos**, obter os catro vértices: A (0, 9); B (0, 12); C (8, 12); D (8, 8) **0'25 puntos**, polo punto E (5, 5) **0'25 puntos** e polo punto F (1, 7) **0'25 puntos**.

– Representación gráfica da rexión factible **0,50 puntos:**



Exemplos de resposta / Solucións

(b) **0'75 puntos.** – *Optimización:* A función obxectivo $f(x, y) = 150x + 300y$ minimízase nos vértices $E(5, 5)$, tamén no $F(1, 7)$ e no punto $G(3, 6)$, xa que os vértices E e F están sobre a recta $x + 2y = 15$ que é paralela á función obxectivo, entón calquera punto do segmento EF é unha solución válida sempre que as súas coordenadas sexan enteiras e o dito punto G satisface esta condición. As tres posibilidades que ten a empresa de distribuír os camións para minimizar o gasto son: “con 5 camións de tipo A e 5 camións de tipo B” **0'25 puntos**, “con 1 camiión de tipo A e 7 camiións de tipo B” **0'25 puntos**, e “con 3 camiións de tipo A e 6 camiións de tipo B” **0'25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

1'75 puntos: *Determinar os períodos nos que aumentan e nos que diminúen as vendas da revista.*

– Derivada da función no primeiro trozo: No intervalo $(0, 8)$ $N'(t) = 30 - 6t$ **0'25 puntos**.

– Derivada da función no segundo trozo: No intervalo $(8, +\infty)$ $N'(t) = \frac{624(144 - t^2)}{(t^2 + 144)^2}$ **0'50 puntos**.

– Intervalos de crecemento: os puntos críticos válidos son $t = 5$ e $t = 12$. Estudando o signo da derivada primeira obtense que nos intervalos $(0, 5)$ e $(8, 12)$ a función $N(t)$ é crecente **0'25 puntos**.

– Resposta aos períodos nos que aumentan as vendas, “As vendas aumentan dende o inicio á 5ª semana e dende a 8ª á 12ª semana” **0'25 puntos**.

– Intervalos de decrecemento: a función $N(t)$ é decrecente nos intervalos $(5, 8)$ e $(12, +\infty)$ **0'25 puntos**.

– Resposta aos períodos nos que diminúen as vendas, “As vendas diminúen dende a 5ª semana á 8ª semana e a partir da 12ª semana” **0'25 puntos**.

0'75 puntos: *¿Cando se acada o maior número de vendas e a canto ascenden?*

– Por determinar que o máximo se presenta no punto $(5, 75)$ **0'25 puntos**.

– Comprobar que é un máximo absoluto, esbozando a gráfica da función ou ben estudando o comportamento da función no punto $t = 12$ $N(12) = 50$ **0'25 puntos**.

– Especificar que as vendas máximas ascenden a 75.000 exemplares **0'25 puntos**.

0'50 puntos: *¿A que valor tende o número de vendas co paso do tempo?*

– Calcular $\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{624t}{t^2 + 144} + 24 \right) = 24$ **0'25 puntos**.

– “As vendas no futuro aproxímanse a 24.000 exemplares” **0'25 puntos**.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sexan A e B sucesos que verifican $P(A \cap B) = 0,4$; $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,6$; $P(A/B) = 0,8$

(a) **1 punto:**

– Para calcular $P(B)$ utilizamos a definición de probabilidade condicionada $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ **0'25 puntos**.

– Utilizando os datos dos que dispoñemos $0,8 = \frac{0,4}{P(B)} \Rightarrow P(B) = 0,5$ **0'25 puntos**.

– Para calcular $P(A \cup B)$ utilizamos as leis de Morgan e a definición de probabilidade do suceso contrario

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) \Rightarrow P(A \cup B) = 1 - 0,6 = 0,4$ **0'50 puntos**.

(b) **1 punto:**

– Para probar a dependencia ou independencia dos sucesos A e B , calculamos $P(A)$ utilizando a probabilidade da unión coñecida no apartado anterior $P(A \cup B) = 0,4 = P(A) + 0,2 - 0,4 \Rightarrow P(A) = 0,3$ **0'50 puntos**.

– Xustificar coa definición apropiada se son ou non independentes: $P(A/B) = 0,8 \neq P(A)$ polo tanto A e B son dependentes **0'50 puntos**.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sexa “ $X =$ puntuación dun test de aptitude feito por un alumno dun centro de ensino”

$X : N(\mu = 1000, \sigma = 600)$

(a) **1 punto.** *Calcula a probabilidade de que a puntuación media, para unha mostra de 64 alumnos, estea comprendida entre 964 e 1036 puntos.*

– Determinar a distribución de \bar{X} , $\bar{X} : N\left(\mu = 1000, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{600}{8} = 75\right)$ **0'25 puntos**.

– Formular a probabilidade pedida: $P(964 < \bar{X} < 1036)$ **0'25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

– Tipificación: $P(964 < \bar{X} < 1036) = P\left(\frac{964-1000}{75} < Z < \frac{1036-1000}{75}\right) = P(-0,48 < Z < 0,48)$ **0'25 puntos.**

– Uso das táboas e resultado final: $2P(Z < 0,48) - 1 = 0,3688$ **0'25 puntos.**

(b) **1 punto.** *Calcula cantos alumnos deberiamos seleccionar, como mínimo, para garantir cun 99'5% de confianza, unha estimación da puntuación media de todos os alumnos do centro, cun erro non superior a 150 puntos.*

– Formular a inecuación correspondente ao error pedido: $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 150$ **0'25 puntos.**

– Calcular $z_{\alpha/2} = 2,81$ **0'25 puntos.**

– Cálculo de “n” na desigualdade: $2,81 \cdot \frac{600}{\sqrt{n}} \leq 150$, obtendo $n \geq 126,337$ **0'25 puntos.**

– Expresión do valor (e valores) enteiro de n, “deberiamos seleccionar mostras de 127 alumnos ou máis, para garantir a dita estimación” **0'25 puntos.**

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (A ou B)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

(a) **2 puntos.**

– Despejar a matriz X, $X = (A - I_2)^{-1} (B - A')$ **0'75 puntos.**

– Calcular $A - I_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **0'25 puntos.**

– Calcular a matriz inversa de $A - I_2$, $(A - I_2)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **1 punto.**

(b) **1 punto:** Resolver a ecuación matricial.

– Calcular $B - A' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ **0'50 puntos.**

– Calcular $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ **0'50 puntos.**

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

A función $C(t) = -t^3 + 9t^2 - 15t + 50$, $0 \leq t \leq 6$ axústase á cotización en euros de certa moeda nos últimos seis anos.

(a) **1'25 puntos:** *Encontra os intervalos de tempo nos que a cotización creceu e nos que decreceu.*

– Determinar a primeira derivada: $C'(t) = -3t^2 + 18t - 15$ **0'25 puntos.**

– Calcular os puntos críticos: $C'(t) = 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0 \Rightarrow t = 1$ e $t = 5$ **0'25 puntos.**

– Determinar os intervalos de tempo pedidos:

	(0, 1)	(1, 5)	(5, 6)
Valor t	$t=1/2$	$t=2$	$t=11/2$
Signo $C'(t)$	$C'(1/2) < 0$	$C'(2) > 0$	$C'(11/2) < 0$

Deducimos que no (0, 1) a función $C(t)$ é decrecente **0'25 puntos**, no (1, 5) é crecente **0'25 puntos** e no (5, 6) é decrecente **0'25 puntos**, logo “a cotización desa moeda aumentou do primeiro ao quinto ano e diminuíu no primeiro ano e do quinto ao sexto ano”.

(b) **0'75 puntos:** *¿En que momentos houbo unha cotización máis baixa e máis alta? ¿cales foron esas cotizacións?*

– No punto (5, 75) hai un máximo absoluto **0'25 puntos.**

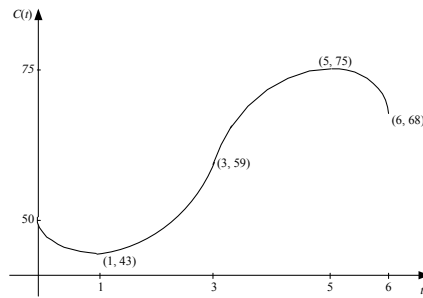
– No punto (1, 43) hai un mínimo absoluto **0'25 puntos.**

– A cotización mínima foi de 43 euros e a máxima de 75 euros **0'25 puntos.**

(c) *Calcula o punto de inflexión e debuxa a gráfica no intervalo dado de tempo.*

Exemplos de resposta / Solucións

- Determinar a segunda derivada: $C''(t) = -6t + 18$ **0'25 puntos**.
- Calcular o punto de inflexión (3, 59) **0'25 puntos**.
- Representación gráfica: **0'50 puntos**.



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Denominamos aos sucesos “ R_B : un fogar é de renda baixa, R_M é de renda media e R_A é de renda alta”. “ S : un fogar se subscribe a un servizo de televisión por cable”. Facendo uso da táboa enunciada no exercicio, teremos:

(a) **0'75 puntos**: Se o fogar subscribe o servizo, ¿cal é a probabilidade de que sexa de renda alta?

- Formular a probabilidade pedida **0'25 puntos**.

- Calcular a probabilidade condicionada anterior e resultado final

$$P(R_A/S) = \frac{P(R_A \cap S)}{P(S)} = \frac{0,40}{0,05 + 0,45 + 0,40} = \frac{1}{3} \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos}}$$

(b) **0'75 puntos**: ¿Son renda e posible subscrición á televisión por cable independentes? Xustificar a resposta.

- Definición de sucesos independentes (ou dependentes), por exemplo: $P(R_A/S) = P(R_A) \Rightarrow R_A$ e S son sucesos independentes **0'25 puntos**.

- Calculo das probabilidades que interveñen na definición anterior, neste caso, só é preciso calcular $P(R_A) = 0,48$ **0'25 puntos**.

- Deducción final $P(R_A/S) = \frac{1}{3} \neq P(R_A)$ logo os sucesos son dependentes, é dicir “a posible subscrición á televisión por cable depende da renda” **0'25 puntos**.

(c) **0'50 puntos**: Calcula a probabilidade de que un fogar seleccionado ao chou pertenza polo menos a unha destas categorías: “renda media” ou “desexan subscribirse”

- Formular a probabilidade da unión $P(R_M \cup S)$ **0'25 puntos**.

- Resultado final $P(R_M) + P(S) - P(R_M \cap S) = 0,77$ **0'25 puntos**.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sexa “ X = velocidade en travesía (en km/h)” $X : N(\mu, \sigma)$.

(a) **1 punto**. Tras controlar o paso pola travesía de 100 vehículos, dinnos que “a velocidade media en travesía μ toma valores entre 56'08 km/h e 63'92 km/h, co 95% de confianza”. Con esta información calcula σ e o valor da media da mostra.

- Igualando os extremos do intervalo de confianza para a media cos do enunciado:

$$\begin{cases} \bar{X} - 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{100}} = 56,08 \\ \bar{X} + 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{100}} = 63,92 \end{cases} \quad \mathbf{0'50}$$

puntos, e resolvendo, obtense que a media mostral toma o valor particular, para a mostra dada,

$$\bar{x} = \frac{56,08 + 63,92}{2} = 60 \text{ km/h} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}, \text{ e } 1,96 \frac{\sigma}{10} = 3,92 \Rightarrow \sigma = 20 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

(b) **1 punto**. Se tomamos como $\mu = 60$ km/h e co valor de $\sigma = 20$ km/h, calcula a porcentaxe de mostras de 64 vehículos cuxa velocidade media supere os 65 km/h.

- Determinar a distribución de \bar{X} , $\bar{X} : N\left(\mu = 60, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{64}} = 2,5\right)$ **0'25 puntos**.

- Formular a probabilidade pedida: $P(\bar{X} > 65)$ **0'25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

– Tipificación e paso a táboas: $P(\bar{X} > 65) = P\left(Z > \frac{65-60}{2\sqrt{6}}\right) = P(Z > 2) = 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$

0'25 puntos.

– Resposta á pregunta do exercicio: “aproximadamente, no 2'28% das mostras de 64 vehículos, superanse os 65 km/h de media” **0'25 puntos.**

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

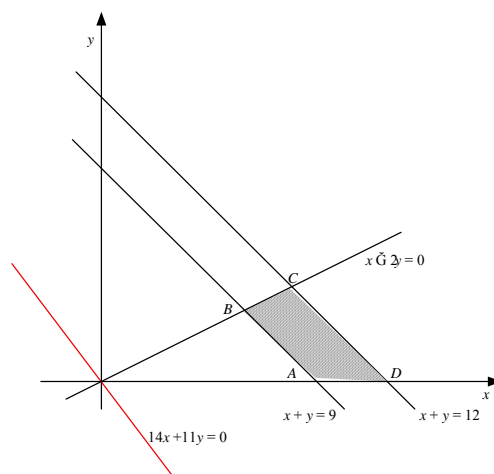
Sexan "x" o número de traballadores da categoría laboral I e "y" o número de traballadores da categoría laboral II.

(a) **2'50 puntos:**

– Formular o sistema de inecuacións **1 punto:** $9 \leq x + y \leq 12$; $x \geq 2y$; $y \geq 0$ (**0,25 puntos** por cada unha das catro inecuacións).

– Vértices da rexión factible **0'75 puntos** repartidos en, vértices A (9, 0) e D (12, 0) **0'25 puntos**, vértice B (6, 3) **0'25 puntos** e C (8, 4) **0'25 puntos.**

– Representación gráfica da rexión factible **0,75 puntos:**



(b) **0'50 puntos.**– A función obxectivo $f(x, y) = 1400x + 1100y$ **0'25 puntos**, minimízase no vértice B (6, 3) polo que “a empresa deberá contratar a 6 traballadores da categoría laboral I e a 3 traballadores da categoría laboral II para minimizar os custos laborais mensuais” **0'25 puntos.**

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Unha fábrica produce diariamente un total de 20 artigos de dous modelos diferentes A e B. Sexan “x = número de modelos do tipo A” e “y = número de modelos do tipo B”.

– Expresar unha das variables en función da outra: $y = 20 - x$ **0'25 puntos.**

– Determinar a función custo a minimizar: $C(x) = 6x^3 + 450(20 - x) - 2500 = 6x^3 - 450x + 6500$ **0'75 puntos.**

– Cálculo da súa derivada primeira: $C'(x) = 18x^2 - 450$ **0'75 puntos.**

– Obter o punto crítico válido: $C'(x) = 0 \Rightarrow x^2 = 25$, sendo o punto crítico válido $x = 5$ **0'25 puntos.**

– Comprobar que é mínimo: $C''(x) = 36x$ e $C''(5) > 0$ **0'25 puntos.**

– Especificar o número de modelos de cada tipo que minimizan o custo: “A fábrica debe producir diariamente 5 modelos do tipo A (**0'25 puntos**) e 15 modelos do tipo B (**0'25 puntos**) para minimizar o custo de produción diario”.

– Calcular o custo de produción mínimo: $C_{\min} = 5000$ euros **0'25 puntos.**

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Denominamos aos sucesos “T: unha empresa tecnolóxica non obtén os beneficios anuais esperados” e “B: unha entidade bancaria non obtén os beneficios anuais esperados”.

Os datos que nos proporcionan no exercicio son $P(T) = 0,6$, $P(B) = 0,2$, $P(T \cap B) = 0,4$

(a) **1 punto:** ¿Cal é a probabilidade de que polo menos unha das dúas non obteña os beneficios anuais esperados?

– Formulación da probabilidade pedida: $P(T \cup B)$ **0'25 puntos.**

– Expresión e cálculos na probabilidade anterior: $P(T \cup B) = P(T) + P(B) - P(T \cap B) = 0,6 + 0,2 - 0,4 = 0,4$ **0'75 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1 punto**: ¿Cal é a probabilidade de que soamente unha das dúas non obteña os beneficios anuais esperados?

– Formulación da probabilidade pedida: $P((T \cap \bar{B}) \cup (\bar{T} \cap B))$ **0'50 puntos**.

– Expresión e cálculos na probabilidade anterior, tendo en conta que $T \cap \bar{B}$ e $\bar{T} \cap B$ son sucesos incompatibles e que T e B son sucesos independentes, polo tanto tamén son independentes os contrarios T e \bar{B} , \bar{T} e B

$$P((T \cap \bar{B}) \cup (\bar{T} \cap B)) = P(T \cap \bar{B}) + P(\bar{T} \cap B) = P(T)P(\bar{B}) + P(\bar{T})P(B) = 0,5 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,2 = 0,5 \text{ **0'50 puntos** .}$$

Tamén podemos facer o exercicio construíndo unha táboa de continxencia, avaliándose con 1 punto. Os apartados (a) e (b) puntúanse agora con **0'50 puntos** cada un deles, repartindo **0'25 puntos** pola formulación do enunciado máis **0'25 puntos** polo resultado final.

	B	\bar{B}	
T	10	40	50
\bar{T}	10	40	50
	20	80	100

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

(a) **1 punto**. Sexa “ $X =$ salario anual dun traballador de certa empresa” $X : N(\mu, \sigma = 1200)$. Calcula un intervalo do 95% de confianza para o salario medio anual dos traballadores da empresa, se para iso se seleccionan ao chou 64 traballadores e se obtén que o seu salario medio anual é 26000 euros.

– Expresión do intervalo de confianza $P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$ **0,50 puntos**.

– Calcular numericamente os extremos do intervalo $\left\{ \begin{array}{l} 26000 - 1,96 \frac{1200}{\sqrt{64}} = 26000 - 294 = 25706 \\ 26000 + 1,96 \frac{1200}{\sqrt{64}} = 26000 + 294 = 26294 \end{array} \right.$ **0,50 puntos**.

– “Estímase que o salario medio anual dos traballadores desta empresa está entre 25706 euros e 26294 euros, cun 95% de confianza”.

(b) **1 punto**. ¿Qué tamaño de mostra se necesita para garantir, cun 97% de confianza, unha estimación de salario medio anual dos traballadores da empresa, cun erro non superior a 200 euros?

– Formular a inequación correspondente ao erro pedido: $z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 200$ **0'25 puntos**.

– Calcular $z_{\alpha/2} = z_{0,015} = 2,47$ **0'25 puntos**.

– Cálculo de “ n ” na desigualdade: $2,47 \cdot \frac{1200}{\sqrt{n}} \leq 200 \Rightarrow n \geq 169,62$ **0'25 puntos**.

– Expresión do valor (e valores) enteiro de n , “deberíamos seleccionar mostras de 170 traballadores ou máis, para garantir a dita estimación” **0'25 puntos**.