

FÍSICA

Elixir e desenvolver un problema e/ou cuestión de cada un dos bloques. O bloque de prácticas só ten unha opción. Puntuación máxima: Problemas, 6 puntos (1 cada apartado). Cuestións, 4 puntos (1 cuestión teórica ou práctica). Non se valorará a simple anotación dun ítem como solución ás cuestións teóricas; teñen que ser razoadas. Pode usarse calculadora sempre que non sexa programable nin memorice texto.

BLOQUE 1: GRAVITACIÓN (Elixo unha cuestión) (razoa a resposta) (puntuación: 1 p)

- 1.- Se unha masa se move estando sometida só á acción dun campo gravitacional: a) aumenta a súa enerxía potencial; b) conserva a súa enerxía mecánica; c) diminúe a súa enerxía cinética.
- 2.- Dispónse de dous obxectos, un de 5 kg e outro de 10 kg e déixanse caer desde unha cornixa dun edificio, ¿cal chega antes ó chan?; a) o de 5 kg; b) o de 10 kg; c) ou os dous simultaneamente.

BLOQUE 2: ELECTROMAGNETISMO (Elixo un problema) (puntuación: 3 p)

- 1.- Dúas cargas eléctricas de 3 mC están situadas en $A(4,0)$ e $B(-4,0)$ (en metros). Calcula: a) o campo eléctrico en $C(0,5)$ e en $D(0,0)$; b) o potencial eléctrico nos mesmos puntos C e D ; c) o traballo para trasladar $q' = -1$ mC desde C a D . (Datos $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$; $1 \text{ mC} = 10^{-3}\text{C}$).
- 2.- Dous condutores rectos, paralelos e longos están situados no plano XY e paralelos ó eixe Y . Un pasa polo punto $(10,0)$ cm e o outro polo $(20,0)$ cm. Ambos conducen correntes eléctricas de 5 A no sentido positivo do eixe Y ; a) explica a expresión utilizada para o cálculo do vector campo magnético creado por un longo condutor rectilíneo con corrente I ; b) calcula o campo magnético no punto $(30,0)$ cm; c) calcula o campo magnético no punto $(15,0)$ cm. (Dato $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (S.I.)).

BLOQUE 3: VIBRACIÓNS E ONDAS (Elixo un problema) (puntuación: 3 p)

- 1.- Unha masa de 5 gramos realiza un movemento harmónico simple de frecuencia 1 Hz e amplitude 10 cm; se en $t = 0$ a elongación é a metade da amplitude. Calcula: a) a ecuación do movemento; b) a enerxía mecánica; c) ¿en que punto da traxectoria é máxima a enerxía cinética e en cales é máxima a enerxía potencial?
- 2.- A ecuación dunha onda é $y(x, t) = 2\cos 4\pi (5t-x)$ (S. I.). Calcula: a) a velocidade de propagación; b) a diferenza de fase entre dous puntos separados 25 cm; c) na propagación dunha onda ¿que se transporta, materia ou enerxía?, xustifícao cun exemplo.

BLOQUE 4: LUZ (Elixo unha cuestión) (razoa a resposta) (puntuación: 1 p)

- 1.- Unha onda luminosa: a) non se pode polarizar; b) a súa velocidade de propagación é inversamente proporcional ó índice de refracción do medio; c) pode non ser electromagnética.
- 2.- Para obter unha imaxe virtual, dereita e de maior tamaño que o obxecto, úsase: a) una lente diverxente; b) una lente converxente; c) un espello convexo.

BLOQUE 5: FÍSICA MODERNA (Elixo unha cuestión) (razoa a resposta) (puntuación: 1 p)

- 1.- Nunha reacción nuclear de fisión: a) fúndense núcleos de elementos lixeiros (deuterio ou tritio); b) é sempre unha reacción espontánea; c) libérase grande cantidade de enerxía asociada ó defecto de masa.
- 2.- Se a vida media dun isótopo radioactivo é $5,8 \cdot 10^{-6}$ s, o período de semidesintegración é; a) $1,7 \cdot 10^5$ s; b) $4,0 \cdot 10^{-6}$ s; c) $2,9 \cdot 10^5$ s.

BLOQUE 6: PRÁCTICA (puntuación: 1 p)

Fanse 5 experiencias cun péndulo simple; en cada unha realízanse 50 oscilacións de pequena amplitude e mídese cun cronómetro o tempo empregado. A lonxitude do péndulo é $l = 1$ m. Con estes datos calcula a aceleración da gravidade.

Experiencia	1	2	3	4	5
Tempo (s) empregado en 50 oscilacións	101	100	99	98	102

FÍSICA

Elixir e desenvolver un problema e/ou cuestión de cada un dos bloques. O bloque de prácticas só ten unha opción. Puntuación máxima: Problemas, 6 puntos (1 cada apartado). Cuestións, 4 puntos (1 cuestión teórica ou práctica). Non se valorará a simple anotación dun ítem como solución ás cuestións teóricas; teñen que ser razoadas. Pode usarse calculadora sempre que non sexa programable nin memorice texto.

BLOQUE 1: GRAVITACIÓN (Elixe un problema) (puntuación: 3 p)

1.- Tres masas de 100 kg están situadas nos puntos $A(0,0)$, $B(2,0)$, $C(1,\sqrt{3})$ (en metros). Calcula: a) o campo gravitatorio creado por estas masas no punto $D(1,0)$; b) a enerxía potencial que tería unha masa de 5 kg situada en D ; c) ¿quen tería que realizar traballo para trasladar esa masa desde D ó infinito, o campo ou forzas externas?. (Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$)

2.- Deséxase poñer en órbita un satélite de 1800 kg que xire a razón de 12,5 voltas por día. Calcula: a) o período do satélite; b) a distancia do satélite á superficie terrestre; c) a enerxía cinética do satélite nesa órbita. (Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$; $R_T = 6378 \text{ km}$; $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$).

BLOQUE 2: ELECTROMAGNETISMO (Elixe unha cuestión) (razoa a resposta) (puntuación: 1 p)

1.- Dadas dúas esferas condutoras cargadas e de diferente raio, con cargas Q_A e Q_B , se se poñen en contacto: a) iguálanse as cargas nas dúas esferas; b) iguálanse os potenciais das esferas; c) non ocorre nada.

2.- Unha partícula cargada e con velocidade u , introdúcese nunha rexión do espazo onde hai un campo eléctrico e un campo magnético constantes. Se a partícula se move con movemento rectilíneo uniforme, débese a que os dous campos: a) son da mesma dirección e sentido; b) son da mesma dirección e sentido contrario; c) son perpendiculares entre si.

BLOQUE 3: VIBRACIÓNS E ONDAS (Elixe unha cuestión) (razoa a resposta) (puntuación: 1 p)

1.- Se unha onda atravesara unha abertura de tamaño comparable á súa lonxitude de onda: refráctase; polarízase; difráctase. (Debuxa a marcha dos raios).

2.- Cando unha onda harmónica plana se propaga no espazo, a súa enerxía é proporcional: a) a $1/v$ (v é a frecuencia); b) ó cadrado da amplitude A^2 ; c) a $1/r$ (r é a distancia ó foco emisor)

BLOQUE 4: LUZ (Elixe un problema) (puntuación: 3 p)

1.- Un obxecto de 1,5 cm de altura está situado a 15 cm dun espello esférico convexo de raio 20 cm; determina a posición, tamaño e natureza da imaxe: a) graficamente; b) analiticamente; c) ¿pódense obter imaxes reais cun espello convexo?.

2.- Un obxecto de 1,5 cm de altura sitúase a 15 cm dunha lente diverxente que ten unha focal de 10 cm; determina a posición, tamaño e natureza da imaxe: a) graficamente; b) analiticamente; c) ¿pódense obter imaxes reais cunha lente diverxente?.

BLOQUE 5: FÍSICA MODERNA (Elixe unha cuestión) (razoa a resposta) (puntuación: 1 p)

1.- Para producir efecto fotoeléctrico non se usa luz visible, senón ultravioleta, e isto é porque a luz UV: a) quenta máis a superficie metálica; b) ten maior frecuencia; c) ten maior lonxitude de onda.

2.- Unha masa de átomos radioactivos tarda tres anos en reducir a súa masa ó 90% da masa orixinal. ¿Cantos anos tardará en reducirse ó 81% da masa orixinal?: a) seis; b) máis de nove; c) tres.

BLOQUE 6: PRÁCTICA (puntuación: 1 p)

Explica brevemente cómo mides no laboratorio a constante elástica dun resorte polo método dinámico.

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE XUÑO

As solución numéricas non acompañadas de unidades ou con unidades incorrectas -0,25 (por problema)
Os erros de cálculo, -0,25 (por problema)
Nas cuestións teóricas consideraranse válidas as xustificación por exclusión das cuestións incorrectas.

BLOQUE 1: GRAVITACIÓN

Máximo: 1 punto

- Solución: b)
- Solución: c)

BLOQUE 2: ELECTROMAGNETISMO

Máx. 3 puntos. 1 punto por cada apartado.

1.

- a) Só a representación gráfica do campo eléctrico.....0,25

Calculo do campo eléctrico:

$$\mathbf{E}_C = 1,0 \cdot 10^6 \text{ (N/C) } \mathbf{j} \dots\dots\dots 0,50$$

$$\mathbf{E}_D = 0 \dots\dots\dots 0,50$$

- b) Cálculo do potencial:

$$V_C = 8,4 \cdot 10^6 \text{ V} \dots\dots\dots 0,50$$

$$V_D = 1,4 \cdot 10^7 \text{ (N/C)} \dots\dots\dots 0,50$$

- c) Cálculo do traballo: $W_{CD} = 5,6 \cdot 10^3 \text{ J} \dots\dots\dots 1,00$

2.

- a) Explicación detallada do carácter vectorial e das magnitudes implicadas na ecuación do campo magnético:

$$\mathbf{B} = \mu_0 I / 2\pi r (\mathbf{u}_\phi) \dots\dots\dots 1,00$$

- b) Só a representación gráfica do campo magnético.....0,25

Campo magnético en (30,0): $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ T} \dots\dots\dots 1,00$

- c) Campo magnético en (15,0): $0 \text{ T} \dots\dots\dots 1,00$

BLOQUE 3 : VIBRACIÓN E ONDAS

Máximo: 3 puntos

1.

- a) Ecuación do movemento: $x = 0,1 \text{ sen}(2\pi t + \pi/6)$ (m).....1,00

- b) Enerxía mecánica: $1 \cdot 10^{-3} \text{ J} \dots\dots\dots 1,00$

- c) E. cinética máx. para $x = 0 \dots\dots\dots 0,50$

- E. potencial máx. para $x = \pm 0,1 \text{ m} \dots\dots\dots 0,50$

Con explicación gráfica ou analítica

2.

- a) Velocidade de propagación: $5 \text{ m/s} \dots\dots\dots 1,00$

- b) Diferenza de fase: $\pi \text{ rad} \dots\dots\dots 1,00$

- c) Explicar e xustificar cun exemplo o transporte de enerxía.....1,00

- Só explicación transporte de enerxía0,50

BLOQUE 4: A LUZ

Máximo: 1 punto

1. Solución: b)

2. Solución: b)

BLOQUE 5: FÍSICA MODERNA

Máximo: 1 punto

1. Solución: c)

2. Solución: b)

BLOQUE 6: PRÁCTICA

Máximo: 1 punto

- Determinación do valor de $g = 9,87 \text{ m/s}^2 \dots\dots\dots 1,00$

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

As solución numéricas non acompañadas de unidades ou con unidades incorrectas -0,25 (por problema)
Os erros de cálculo, -0,25 (por problema)
Nas cuestións teóricas consideraranse válidas as xustificación por exclusión das cuestións incorrectas.

BLOQUE 1: GRAVITACIÓN

Máx. 3 puntos. 1 punto por cada apartado.

1.
 - a) Só representación vectorial do campo.....0,50
Só cálculo do módulo dos campos.....0,50
Cálculo do campo gravitatorio:
 $g=2,2 \cdot 10^{-9} \text{ j N/kg}$ 1,00
 - b) Cálculo da enerxía potencial: $-8,6 \cdot 10^{-8} \text{ J}$1,00
 - c) Explicación apropiada de que o traballo é realizado polas forzas externas1,00
2.
 - a) Cálculo do período: $T= 6900 \text{ s}$1,00
 - b) Só cálculo do raio da órbita:
 $R= 7,85 \cdot 10^6 \text{ m}$ 0,75
Cálculo da distancia: $h= 1,46 \cdot 10^6 \text{ m}$ 1,00
 - c) Cálculo da enerxía cinética: $4,57 \cdot 10^{10} \text{ J}$ 1,00

BLOQUE 2: ELECTROMAGNETISMO

Máximo: 1 punto

1. Solución: b)
2. Solución: c)

BLOQUE 3 : VIBRACIÓNS E ONDAS

Máx. 3 puntos.

1. Solución: c)
2. Solución: b)

BLOQUE 4: A LUZ

Máx. 3 puntos.

1.
 - a) Representación gráfica que inclúa a marcha dos raios e a formación da imaxe..... 1,00
 - b) Posición da imaxe: 6 cm..... 0,50
Tamaño da imaxe: 0,6 cm.....0,50
 - c) Explicación apropiada de que non é posible obter imaxes reais..... 1,00
Só afirmación sen explicacións..... 0,50
2.
 - a) Representación gráfica que inclúa a marcha dos raios e a formación da imaxe..... 1,00
 - b) Posición da imaxe: -6 cm..... 0,50
Tamaño da imaxe: 0,6 cm.....0,50
 - c) Explicación apropiada de que non é posible obter imaxes reais..... 1,00
Só afirmación sen explicacións..... 0,50

BLOQUE 5: FÍSICA MODERNA

Máximo: 1 punto

1. Solución: b)
2. Solución: a)

BLOQUE 6: PRÁCTICA

Máximo: 1 punto

Descrición do procedemento seguido con indicación das precaucións que se deben tomar.....1,00

CONVOCATORIA DE XUÑO

BLOQUE 1: GRAVITACIÓN

Bloque 1 Gravitación

1.- Resposta correcta (b). As forzas gravitacionais son forzas de tipo central, **conservativas**; cúmprese a conservación da enerxía mecánica

$$E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2}$$

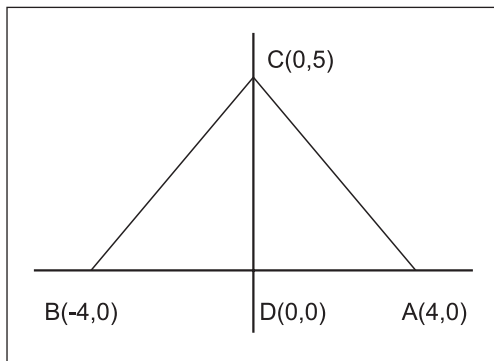
2.- Resposta correcta (c).

O movemento rectilíneo acelerado ten unha ecuación que é: $s = gt^2/2$; como o espazo é o mesmo e a aceleración, "g", é constante, os dous tardan o mesmo tempo. A velocidade, polo tanto, é independente da masa (en ausencia de rozamento co aire):

$$v = (2gh)^{1/2}$$

BLOQUE 2: ELECTROMAGNETISMO

1.-



a) $\vec{E}_C = K \frac{q}{r^2} \vec{u}_r = 2K \frac{q}{r^2} \cos\theta \vec{j} =$

$$\vec{E}_C = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-3}}{41} \frac{5}{\sqrt{41}} \vec{j} = 1,0 \cdot 10^6 \vec{j} \frac{N}{C}$$

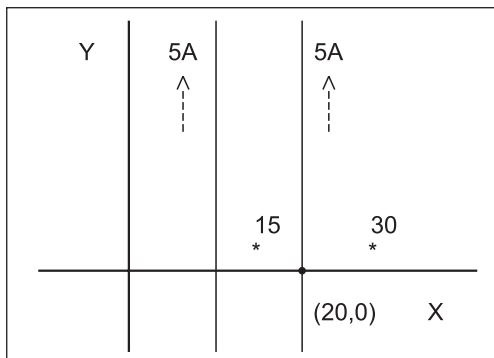
$$\vec{E}_D = 0$$

b) $V_C = 2K \frac{q}{r} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{41}} = 8,4 \cdot 10^6 V$

$$V_D = 2K \frac{q}{r'} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-3}}{4} = 1,4 \cdot 10^7 V$$

c) $W_{CD} = q'(V_C - V_D) = -10^{-3}(8,4 - 14)10^6 = 5,6 \cdot 10^3 J$

2.-



a) $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{enc.}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_{enc.}}{2\pi r} \vec{u}_\phi$$

b) $\vec{B}_{30} = \frac{\mu_0 5}{2\pi} (-\vec{k})(5+10) = 1,5 \cdot 10^{-5} (-\vec{k}) T$

c) $\vec{B}_{15} = 0$

BLOQUE 3: VIBRACIÓNS E ONDAS

1.- a) $m = 5g$ $v = 1Hz$ $A = 10cm$ en $t = 0$ $x = A/2$

$$x = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$A/2 = A \sin \phi_0 \Rightarrow \phi_0 = \pi/6$$

$$x = 0,1 \sin(2\pi t + \pi/6) (m)$$

b) $E_{mec} = 1/2 m v_{max}^2$ $v = -A\omega \cos(2\pi t + \pi/6)$

$$v_{max}^2 = (A\omega)^2 = 0,39$$

$$E_{mec} = (1/2) 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,39 = 9,7 \cdot 10^{-4} J \approx 10^{-3} J$$

$$k = m\omega^2 = m 4\pi^2 f^2 = 0,2 N/m$$

$$E_{mec} = (1/2) k A^2 = (1/2) 0,2 \cdot 0,1^2 = 10^{-3} J$$

c) $E_{c,max}$ $x = 0$ $E_{p,max}$ $x = \pm A = \pm 0,1 m$

2.- $y(x,t) = 2 \cos(20\pi t - 4\pi x)$

a) $u = \omega/k = 5 ms^{-1}$

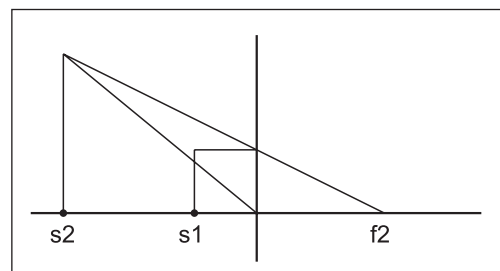
b) $\Delta\phi = (20\pi t - 4\pi x - (20\pi t - 4\pi(x \pm 0,25))) = \pm 4\pi \cdot 0,25 = \pm \pi rad$

c) Só transporta enerxía. Unha cortiza flotando na auga, cando chega unha onda, oscila pero non se traslada.

BLOQUE 4: LUZ

1.- Resposta correcta (b). O índice de refracción é $n = c/u$

2.- Resposta correcta (b). Unha lente converxente co obxecto entre o foco e o centro (lupa).



BLOQUE 5: FÍSICA MODERNA

1.- Resposta correcta (c). O defecto de masa Δm (diferenza entre as masas dos produtos e dos reactivos) transfórmase en enerxía segundo a ecuación de Einstein $\Delta E = \Delta mc^2$

2.- Resposta correcta (b): $\tau = 1/\lambda = T = Ln2 \Rightarrow T = \tau Ln2 = 4,0 \cdot 10^{-6} s$

BLOQUE 6: PRÁCTICA

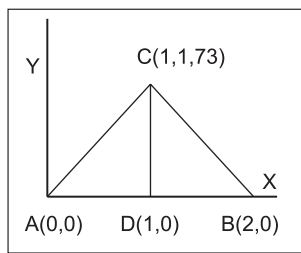
T (s)	2,02	2,00	1,98	1,96	2,04
g ms ⁻²	9,67	9,87	10,07	10,28	9,49

$$g_{media} = 9,87 ms^{-2}$$

SOLUCIÓNS SETEMBRO

BLOQUE 1: GRAVITACIÓN

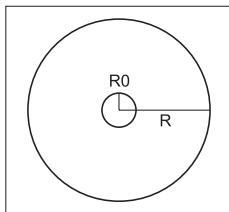
1.-



- a) $\vec{g}_D = G \frac{m}{r^2} \vec{j} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{100}{3} \vec{j} = 2,2 \cdot 10^{-9} \vec{j} \frac{N}{Kg}$
 b) $U_D = -2G \frac{mm'}{r_1} - G \frac{mm'}{r_2} = -6,67 \cdot 10^{-11} 100 \left(\frac{5}{\sqrt{3}} + \frac{2,5}{1} \right) = -8,6 \cdot 10^{-9} J$
 c) $W_{D \rightarrow \infty} = (U_D - U_\infty) = -8,6 \cdot 10^{-8} J$

O traballo téñeno que facer forzas externas para aumentar a enerxía potencial desde un valor negativo até cero.

2.-



- a) $v = \frac{12,5}{86400} \quad T = \frac{1}{v} = \frac{86400}{12,5} = 6912s = 0,08 \text{ días}$
 b) $\omega^2 R = g \quad g = G \frac{M}{R^2} \quad \omega^2 R = G \frac{M}{R^2}$
 $R^3 = G \frac{M}{(2\pi v)^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{8,26 \cdot 10^{-7}} = 4,83 \cdot 10^{20}$
 $R = 7,85 \cdot 10^6 m \quad h = (7,85 - 6,39) \cdot 10^3 = 1,46 \cdot 10^3 Km$
 c) $E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad v = R\omega = 7,13 \cdot 10^3 m/s$
 $E_c = \frac{1}{2} m (7,13 \cdot 10^3)^2 = 4,57 \cdot 10^{10} J$

BLOQUE 2: ELECTROMAGNETISMO

1.- Resposta correcta (b). Hai unha redistribución de carga ata que se igualan os potenciais, de xeito que ó ser todo un equipotencial non hai movemento (no equilibrio).

2.- Resposta correcta (c). Os campos E e B son perpendiculares entre si e perpendiculares á dirección de propagación da partícula; desta forma a forza eléctrica qE pode ser igual e de signo contrario á forza magnética qvB.

BLOQUE 3: VIBRACIÓNS E ONDAS

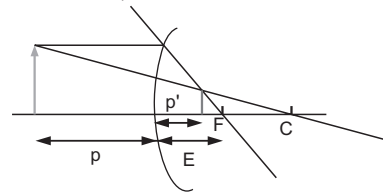
1.- Resposta correcta (c). Na difracción a fenda convértese nun punto emisor de ondas. As ondas emitidas a partir da fenda distribúense en todas as direccións da nova fronte de ondas, de forma que aparentemente parece que a onda non se propaga en liña recta.

2.- Resposta correcta (b)

$$\begin{aligned} E_{\text{mec}} &= \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 & v &= A \omega \cos(\omega t + \varphi_0) \\ v_{\text{max}}^2 &= (A \omega)^2 & E_{\text{mec}} &= \left(\frac{1}{2} \right) m A^2 \omega^2 \end{aligned}$$

BLOQUE 4: LUZ

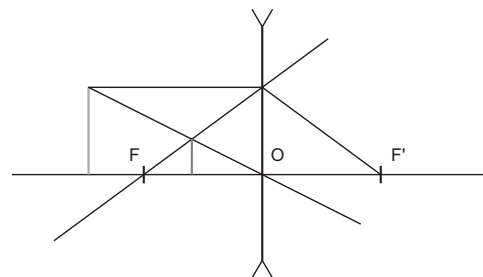
1.- a) Imaxe menor, virtual e dereita



$$\begin{aligned} \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} &= \frac{1}{f} & \frac{1}{s_2} &= -\frac{1}{s_1} + \frac{1}{f} & \frac{1}{s_2} &= -\frac{1}{-15} + \frac{1}{10} & s_2 &= 6cm \\ A &= -\frac{s_2}{s_1} = -\frac{6}{-15} = 0,4 & y_2 &= (3/2)0,4 = 0,6cm \end{aligned}$$

c) Os espellos convexos sempre producen imaxes virtuais. Explicación que inclúa un debuxo da marcha dos raios.

2.- a) Imaxe menor, virtual e dereita.



$$\begin{aligned} \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1} &= \frac{1}{f_2} & \frac{1}{s_2} &= \frac{1}{s_1} + \frac{1}{f_2} & \frac{1}{s_2} &= \frac{1}{-15} + \frac{1}{-10} & s_2 &= -6cm \\ A &= \frac{s_2}{s_1} = \frac{-6}{-15} = 0,4 & y_2 &= (3/2)0,4 = 0,6cm \end{aligned}$$

c) As lentes diverxentes sempre producen imaxes virtuais dereitas e de menor tamaño. Explicación que inclúa un debuxo da marcha dos raios.

BLOQUE 5: FÍSICA MODERNA

1.- Resposta correcta (b): $E = h\nu$

Canto maior sexa a frecuencia, maior é a enerxía.

2.- Resposta correcta (b):

$$\begin{aligned} N &= N_0 e^{-\lambda t} & 0,9 &= e^{-\lambda t} & \ln 0,9 &= -3\lambda & \lambda &= 0,0351 \text{ anos} \\ 0,81 &= e^{-0,0351 t} & t &= 6 \text{ anos} \end{aligned}$$

BLOQUE 6: PRÁCTICA

Cando se suspende unha masa dun resorte e se despraza da súa posición de equilibrio, o seu movemento pode asemellarse a un M.H.S.; esta aproximación esixe varias condicións:

1ª A masa do resorte debe ser desprezable fronte á masa que oscila suspendida.

2ª O resorte debe efectuar oscilacións estritamente lineais. Na práctica isto resulta imposible de conseguir pois aparecen compoñentes de tipo pendular.

3ª Nª de oscilacións (10 mínimo) para reducir o erro.

4ª O movemento non debe ser amortecido, polo que o número de oscilacións non debe ser elevado. En teoría, o amortecemento non inflúe, pero fai as oscilacións máis difíciles de controlar.

5ª Para realizar o tratamento de datos, é conveniente confeccionar unha gráfica T^2/m para cada resorte, resultando a pendente igual a $4\pi^2/k$.