

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA (Puntuación máxima 3 puntos)

Exercicio 1. Un autobús transporta en certa viaxe 60 viaxeiros de tres tipos: viaxeiros que pagan o billete enteiro que custa 1 €; estudantes que teñen un 25% de desconto e xubilados cun desconto do 50% do prezo do billete. A recadación do autobús nesta viaxe foi de 48 euros. Calcular o número de viaxeiros de cada clase sabendo que o número de estudantes era o dobre que o número do resto de viaxeiros.

Exercicio 2. Un proxecto de xardinaría pode levarse a cabo por dous grupos diferentes dunha mesma empresa: G_1 e G_2 . Trátase de axardinar tres zonas: A , B e C . Na seguinte táboa recóllese o número de unidades que pode axardinar cada grupo en cada zona durante unha semana:

	Zona A	Zona B	Zona C
Grupo G_1	4	10	7
Grupo G_2	10	5	7

Necesítase axardinar un mínimo de 40 unidades na zona A , 50 unidades na zona B e 49 unidades na zona C , estimándose o custo semanal en 3300 euros para o grupo G_1 e en 4000 euros para o grupo G_2 .

¿Cantas semanas deberá traballar cada grupo para finalizar o proxecto co mínimo custo? Expresar a función obxectivo e as restricións do problema. Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

BLOQUE DE ANÁLISE (Puntuación máxima 3,5 puntos)

Exercicio 1. Supoñamos que o valor V , en euros, dun produto diminúe ou se deprecia co tempo t , en meses, onde

$$V(t) = 50 - \frac{25t^2}{(t+2)^2}, \quad t \geq 0$$

(a) Calcular o valor inicial do produto, $V(0)$. ¿A partir de que mes o valor do produto é inferior a 34 euros?

(b) Determinar a velocidade de depreciación do produto, é dicir, $V'(t)$.

(c) Achar o $\lim_{t \rightarrow +\infty} V(t)$. ¿Hai algún valor por debaixo do cal nunca caerá V ? Xustificar a resposta.

Exercicio 2. O número de prazas ocupadas dun aparcamento ao longo das 24 horas dun día, vén expresado pola función

$$N(t) = \begin{cases} 1680 + 20t & \text{se } 0 \leq t < 8 \\ -10t^2 + 260t + 400 & \text{se } 8 \leq t < 16 \\ -10t^2 + 360t - 1200 & \text{se } 16 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

(a) ¿A que hora do día presenta o aparcamento unha ocupación máxima?, ¿cantos coches hai a esa hora?

(b) ¿Entre que horas a ocupación do aparcamento é igual ou superior a 2000 prazas?

BLOQUE DE ESTADÍSTICA (Puntuación máxima 3,5 puntos)

Exercicio 1. Nun mercado de valores cotizan un total de 60 empresas, das que 15 son do sector bancario, 35 son industriais e 10 son do sector tecnolóxico. A probabilidade de que un banco dos que cotizan no mercado se declare en creba é 0,01, a probabilidade de que se declare en creba unha empresa industrial é 0,02 e de que o faga unha empresa tecnolóxica é 0,1.

(a) ¿Cal é a probabilidade de que se produza unha creba nunha empresa do citado mercado de valores?

(b) Téndose producido unha creba, ¿cal é a probabilidade de que se trate dunha empresa tecnolóxica?

Exercicio 2. Nunha determinada poboación sábese que o valor da taxa diaria de consumo de calorías segue unha distribución normal con desviación típica $\sigma = 400$ calorías.

(a) Se a media poboacional é $\mu = 1600$ calorías e se elixe ao chou unha mostra aleatoria de 100 persoas desa poboación, determinar a probabilidade de que o consumo medio diario de calorías nesa mostra estea comprendido entre 1550 e 1660 calorías.

(b) Se descoñecemos a media μ e co mesmo tamaño de mostra se afirma que “o consumo medio diario nesa poboación toma valores entre 1530 e 1670 calorías”, ¿con que nivel de confianza se fai esta afirmación?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA (Puntuación máxima 3 puntos)

Exercicio 1. Considerar a ecuación matricial $X + X \cdot A + B' = 2C$, onde as matrices A , B e C veñen dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

e onde B' denota a matriz trasposta de B .

- Despexar a matriz X na ecuación matricial, ¿que orde ten?
- Calcular a matriz $2C - B'$ e a inversa da matriz $I + A$, sendo I a matriz identidade de orde 3.
- Resolver a ecuación matricial obtendo o valor da matriz X .

Exercicio 2. Un fabricante produce dous modelos diferentes M_1 e M_2 dun mesmo artigo e sabe que pode vender tantos como produza. O modelo M_1 require diariamente 25 minutos de corte, 60 minutos de ensamblaxe e 68 minutos de rematado, xerando un beneficio de 30 euros por modelo. O modelo M_2 precisa diariamente 75 minutos de corte, 60 minutos de ensamblaxe e 34 minutos de rematado, xerando un beneficio de 40 euros por modelo. Cada día dispónse dun máximo de 450 minutos de corte, 480 minutos de ensamblaxe e 476 minutos de rematado.

- Formular o sistema de inecuacións asociado ao enunciado.
- Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.
- ¿Cantos artigos de cada modelo debe fabricar diariamente para maximizar o beneficio? ¿a canto ascende o devandito beneficio?

BLOQUE DE ANÁLISE (Puntuación máxima 3,5 puntos)

Exercicio 1. A distancia (en millas) entre un barco pesqueiro que saíu a faenar durante un período de 10 días e o seu porto base vén dada pola función:

$$M(t) = \begin{cases} 36 - (2t - 6)^2, & 0 \leq t \leq 5 \\ 4(10 - t) & , \quad 5 < t \leq 10 \end{cases}$$

onde t é o tempo transcorrido (en días) dende a súa saída do porto base.

- ¿Despois de cantos días é máxima a distancia do pesqueiro ao seu porto base?, ¿a cantas millas se atopaba?
- ¿Durante que períodos aumentaba a distancia ao seu porto base? ¿en que períodos diminuíu?
- ¿A partir de que día, despois de alcanzar a distancia máxima, se atopaba a menos de 12 millas do porto base?

Exercicio 2. Unha institución de beneficencia estatal quere determinar cantos analistas debe contratar para o procesamento de solicitudes da seguridade social. Estímase que o custo (en euros) $C(x)$ de procesar unha solicitude é unha función do número de analistas x dada por: $C(x) = 0,003x^2 - 0,216 \ln x + 5$, sendo $x > 0$ ($\ln =$ logaritmo neperiano).

- Se o obxectivo é minimizar o custo por solicitude $C(x)$, determinar o número de analistas que deberían contratarse.
- ¿Cal é o custo mínimo que se espera para procesar unha solicitude?

BLOQUE DE ESTADÍSTICA (Puntuación máxima 3,5 puntos)

Exercicio 1. Nunha determinada poboación, o 40% dos seus habitantes son inmigrantes dos que o 65% traballa no campo, mentres que só o 20% da poboación non inmigrante traballa no campo.

- ¿Que porcentaxe da poboación traballa no campo?
- ¿Que porcentaxe dos que non traballan no campo son inmigrantes?
- ¿Que porcentaxe da poboación traballa no campo ou non é inmigrante?

Exercicio 2. Sábese que o tempo de reacción fronte a certo estímulo dos individuos dun grupo a estudo segue unha distribución normal con desviación típica $\sigma = 0,1$ segundos.

- Para unha mostra de 36 individuos dese grupo obtense un tempo medio de reacción de 2 segundos. Determinar, cun nivel de confianza do 99%, o intervalo para o tempo medio de reacción fronte ao estímulo dos individuos do grupo.
- Quérese estimar o tempo medio de reacción cun erro máximo de 0,02 segundos e tomando unha mostra de 100 individuos, ¿cal será entón o nivel de confianza co que se fai a estimación?

Crterios de Avaliaci3n / Correcci3n

CONVOCATORIA DE XUÑO

O alumno debe resolver s3 un exercicio de cada bloque tem3tico. No caso de responder os dous, ser3 cualificado coa nota do exercicio que figura co n3mero 1 do bloque.

3LXEBRA (A puntuaci3n m3xima de cada exercicio 3 3 puntos).

Exercicio 1.

Sexan x = n3mero de viaxeiros que pagan o billete enteiro, y = n3mero de viaxeiros que son estudantes e z = n3mero de viaxeiros que son xubilados.

– Formular o sistema pedido

$$\begin{cases} x + y + z = 60 \\ x + 0.75y + 0.5z = 48 \\ y = 2(x + z) \end{cases}$$

1.5 puntos (0.5 puntos por cada unha das ecuaci3ns ben formulada).

– Resolver o sistema, por calquera m3todo, obtendo a soluci3n $x = 16, y = 40, z = 4$, **1.5 puntos (0.5 puntos por cada inc3gnita)**. Se alg3n dos resultados das inc3gnitas non 3 coherente (n3meros negativos ou non enteiros) punt3ase con **0 puntos** a resoluci3n.

Exercicio 2.

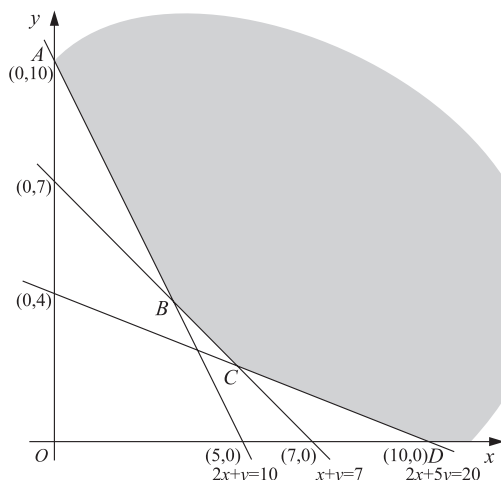
Sexan “ x ” e “ y ” o n3mero de semanas que traballan os grupos G_1 e G_2 , respectivamente.

– Formular o sistema de inecuaci3ns: $4x + 10y \geq 40$; $10x + 5y \geq 50$; $7x + 7y \geq 49$; $x \geq 0, y \geq 0$; **0.75 puntos**

– Funci3n obxectivo $f(x,y) = 3300x + 4000y$ **0.25 puntos**

– V3rtices da rexi3n factible **1 punto**, obter os catro v3rtices: $A(0, 10)$; $B(3, 4)$; $C(5, 2)$; $D(10, 0)$ (**0.25 puntos por cada un deles**).

– Representaci3n gr3fica da rexi3n factible **0.5 puntos**:



– Optimizaci3n: a funci3n obxectivo minim3zase no v3rtice $C(5, 2)$ **0.25 puntos**, ent3n deber3an traballar cinco semanas o grupo G_1 e d3as semanas o grupo G_2 para finalizar o proxecto co m3nimo custo **0.25 puntos**.

AN3LISE (A puntuaci3n m3xima de cada exercicio 3 3.5 puntos).

Exercicio 1.

Sup3namos que o valor V dun produto (en euros) depreciase co paso do tempo t (en meses) segundo a funci3n

$$V(t) = 50 - \frac{25t^2}{(t+2)^2}, t \geq 0$$

(a) **1 punto**: – Para calcular o valor inicial do produto, substituíndo $t = 0$ na funci3n resulta $V(0) = 50$ euros **0.25 puntos**. – Para sabermos a partir de que mes o valor do produto 3 inferior a 34 euros formulamos a inecuaci3n:

$$50 - \frac{25t^2}{(t+2)^2} < 34 \Rightarrow 9t^2 - 64t - 64 > 0$$

Resolvendo resulta $t > -8/9$ (soluci3n non v3lida) e $t > 8$ **0.5 puntos**. Responder 3 pregunta pedida: “A partir do oitavo mes o valor do produto 3 inferior a 34 euros” **0.25 puntos**.

(b) **1.25 puntos**: A velocidade de depreciaci3n do produto

3 $V'(t) = -\frac{50t(t+2)^2 - 25t^2 \cdot 2(t+2)}{(t+2)^4}$ **1 punto**.

Operando e simplificando resulta $V'(t) = -\frac{100t}{(t+2)^3}$ €/

mes **0.25 puntos**.

(c) **1.25 puntos**: $\lim_{t \rightarrow +\infty} V(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(50 - \frac{25t^2}{(t+2)^2} \right) =$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} 50 - \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{25t^2}{(t+2)^2} = 50 - 25 = 25 \quad \mathbf{0.75 \text{ puntos}}$$

(**0.25 puntos** por resolver o primeiro l3mite e **0.5 puntos** polo segundo).

– O produto nunca valer3 menos de 25 euros **0.25 puntos**. Xustificaci3n: a funci3n $V(t)$ 3 decrecente para $t \geq 0$ e $V(t) = 25$ 3 unha asymptota horizontal. (Tam3n se pode xustificar co esbozo da gr3fica da funci3n) **0.25 puntos**

Exercicio 2.

A funci3n $N(t)$ expresa o n3mero de prazas ocupadas dun aparcamento ao longo das 24 horas dun d3a

(a) **2 puntos**: – Determinar a derivada da funci3n:

$$N'(t) = \begin{cases} 20 & \text{se } 0 < t < 8 \\ -20t + 260 & \text{se } 8 < t < 16 \\ -20t + 360 & \text{se } 16 < t < 24 \end{cases}$$

0.75 puntos (0.25 puntos por cada unha das tres derivadas).

Criterios de Avaliación / Corrección

– Calcular os puntos críticos, $t=13$ e $t=18$ **0.5 puntos (0.25 puntos por cada un deles)**

– Xustificarse que en $t=13$ hai un máximo absoluto **0.25 puntos** e que en $t=18$ hai un máximo relativo **0.25 puntos** (esta xustificación pódese facer co estudo do signo da derivada segunda e calculando o valor da función nos puntos extremos dos intervalos e nos puntos 13 e 18, ou ben representando a gráfica da función “tendo en conta que os dous anacos definidos mediante parábolas non poden ser representadas utilizando un conxunto finito de valores obtidos a partir dunha táboa”)

– O número máximo de coches ás 13 horas é 2090 coches **0.25 puntos**

(b) **1.5 puntos.** ¿Entre que horas a ocupación do aparcamento é igual ou superior a 2000 prazas?, teremos que

– Formular a inecuación $-10t^2 + 260t + 400 \geq 2000 \Rightarrow t^2 - 26t + 160 \leq 0$. Obter $10 \leq t \leq 16$ **0.75 puntos**.

(**0.5 puntos** no caso de que resolvan ben a ecuación + **0.25 puntos** por especificar o intervalo solución).

– Formular a inecuación $-10t^2 + 360t - 1200 \geq 2000 \Rightarrow t^2 - 36t + 320 \leq 0$. Obter $16 \leq t \leq 20$ **0.75 puntos**.

(**0.5 puntos** no caso de que resolvan ben a ecuación + **0.25 puntos** por especificar o intervalo solución).

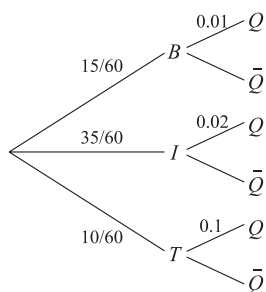
Por tanto, entre as 10 horas e as 20 horas a ocupación foi igual ou superior a 2000 prazas.

ESTADÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos “*B*: unha empresa que cotiza nese mercado de valores é do sector bancario”, “*I*: unha empresa que cotiza nese mercado de valores é do sector industrial”, “*T*: unha empresa que cotiza nese mercado de valores é do sector tecnolóxico” e “*Q*: unha empresa que cotiza nese mercado de valores creba”

(a) – Especificar e interpretar as seis probabilidades do enunciado: **1.5 puntos (0.25 puntos por cada unha delas, sendo válido tamén se fai o diagrama en árbore e as especifica no diagrama)**



$$\begin{cases} P(B) = 15/60 & P(Q/B) = 0.01 \\ P(I) = 35/60 & P(Q/I) = 0.02 \\ P(T) = 10/60 & P(Q/T) = 0.1 \end{cases}$$

– Por teorema das probabilidades totais: $P(Q) = P(B)P(Q/B) + P(I)P(Q/I) + P(T)P(Q/T)$ **0.5 puntos**.

– Substituíndo $P(Q) = \frac{15}{60} \cdot 0.01 + \frac{35}{60} \cdot 0.02 + \frac{10}{60} \cdot 0.1$ **0.25**

puntos. – Chegar ao resultado final $P(Q) = 0.0308$ **0.25 puntos**.

(b) – Formulación do enunciado: $P(T/Q)$ **0.25 puntos**.

– Definición da probabilidade condicionada

$$P(T/Q) = \frac{P(T \cap Q)}{P(Q)} \quad \mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$$

– Substituír os valores das probabilidades $\frac{(10/60) \cdot 0.1}{0.0308}$ **0.25 puntos**.

– Obter o resultado pedido: 0.5411 **0.25 puntos**.

Exercicio 2.

Sexa “*X*= valor da taxa diaria de calorías que consume un individuo desa poboación”. $X : N(\mu, \sigma=400)$

(a) Se nos dan a media de poboación $\mu=1600$ calorías e para unha mostra aleatoria de 100 persoas desa poboación, pregunta a probabilidade de que o consumo medio diario de calorías nesa mostra, \bar{X} , estea comprendido entre 1550 e 1660 calorías. Entón faremos o seguinte:

– Determinar a distribución de \bar{X} ,

$$\bar{X} : N\left(\mu = 1600, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 40\right) \quad \mathbf{0.5 \text{ puntos.}}$$

– Formular a probabilidade pedida: $P(1550 \leq \bar{X} \leq 1660)$ **0.25 puntos**.

– Tipificación: $P(1550 \leq \bar{X} \leq 1660) =$

$$P\left(\frac{1550 - 1600}{40} \leq Z \leq \frac{1660 - 1600}{40}\right) = P(-1.25 \leq Z \leq 1.5)$$

0.5 puntos.

– Paso a táboas: $P(-1.25 \leq Z \leq 1.5) = P(Z \leq 1.5) + P(Z \leq -1.25) - 1$ **0.25 puntos.** – Uso das táboas e resultado final: $P(1550 \leq \bar{X} \leq 1660) = 0.9332 + 0.8944 - 1 = 0.8276$ **0.25 puntos**.

(b) Se descoñecemos a media μ e co mesmo tamaño de mostra se afirma que: “o consumo medio diario nesa poboación toma valores entre 1530 e 1670 calorías”, ¿con que nivel de confianza se fai esa afirmación?

$$- \text{ Formular } P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

e obter a ecuación $z_{\alpha/2} \frac{400}{\sqrt{100}} = 70$ **0.75 puntos**.

– Resolver a ecuación anterior e obter $z_{\alpha/2} = 1.75$ **0.25 puntos.** – Usar as táboas, $1 - \alpha/2 = 0.9599$ **0.25 puntos**.

– Calcular o nivel de confianza $1 - \alpha = 0.9198 \approx 0.92$ e concluír que: “a afirmación dada sobre o consumo medio diario de calorías se fai cun, aproximadamente, 92% de confianza” **0.5 puntos**.

Crterios de Avaliaci3n / Correcci3n

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O alumno debe resolver s3 un exercicio de cada bloque tem3tico. No caso de responder os dous, ser3 cualificado coa nota do exercicio que figura co n3mero 1 do bloque.

3LXEBA (A puntuaci3n m3xima de cada exercicio 3 3 puntos).

Exercicio 1.

– Despexar a matriz X e obter: $X = (2C - B')(I + A)^{-1}$ **0'5 puntos**.– Orde da matriz X : 2×3 **0'25 puntos**.

– C3lculo da matriz $2C - B' = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ **0'5**

puntos. – C3lculo da matriz $I + A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

0.25 puntos.

– C3lculo da matriz inversa de $I + A$ por calquera

m3todo: $(I + A)^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

– Resolver a ecuaci3n matricial, obtendo: $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

0'5 puntos.

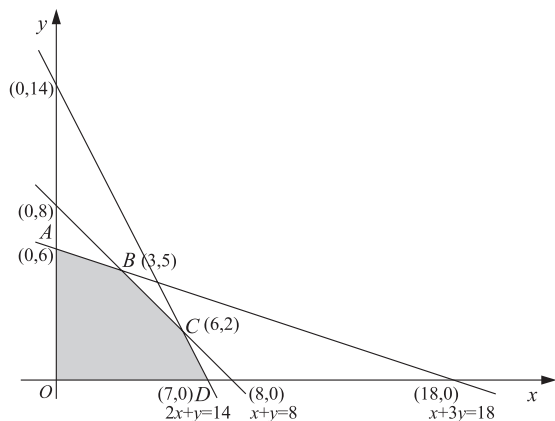
Exercicio 2.

Sexan “ x ” e “ y ” o n3mero de artigos que produce a diario un fabricante dos modelos M_1 e M_2 , respectivamente.

(a) Restrici3ns: $25x + 75y \leq 450$; $60x + 60y \leq 480$; $68x + 34y \leq 476$; $x \geq 0$, $y \geq 0$. **1 punto (0.75 puntos** polas tres primeiras + **0.25 puntos** polas d3as 3ltimas).

(b) V3rtices da rexici3n factible **1 punto**, (**0.5 puntos** polos tres puntos de corte cos eixes: $O(0, 0)$, $A(0, 6)$ e $D(7, 0)$ + **0.5 puntos** polos dous que resultan das intersecci3ns das rectas correspondentes: $B(3, 5)$ e $C(6, 2)$).

– Representaci3n gr3fica da rexici3n factible **0.5 puntos**:



– Optimizaci3n: A funci3n obxectivo $f(x,y) = 30x + 40y$ maxim3zase no v3rtice $B(3, 5)$ **0.25 puntos**, ent3n “se fabrica diariamente 3 artigos do modelo M_1 e 5 artigos

do modelo M_2 acadar3 un beneficio m3ximo de 290 euros diarios” **0.25 puntos**.

AN3LISE (A puntuaci3n m3xima de cada exercicio 3 3.5 puntos).

Exercicio 1.

A funci3n $M(t)$ expresa a distancia (en millas) entre un barco pesqueiro que sa3a a pescar durante un per3odo de 10 d3as e o seu porto base,

$$M(t) = \begin{cases} 36 - (2t - 6)^2, & 0 \leq t \leq 5 \\ 4(10 - t), & 5 < t \leq 10 \end{cases}$$

onde t 3 o tempo transcorrido (en d3as) dende a s3a sa3da do porto base.

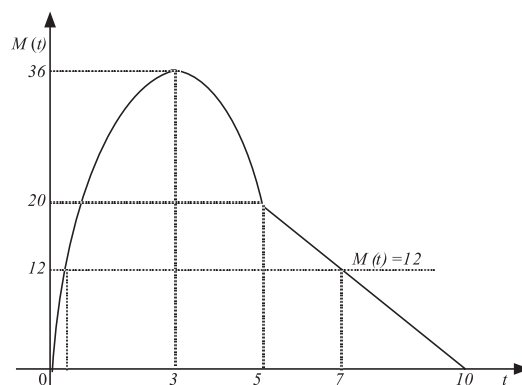
(a) Para sabermos despois de cantos d3as 3 m3xima a distancia do pesqueiro ao seu porto, estudamos a derivada da funci3n: • no intervalo $(0, 5)$ $M'(t) = -4(2t - 6)$ **0.25 puntos**, buscamos o punto cr3tico $M'(t) = 0 \Rightarrow t = 3$ **0.25 puntos**, xustificamos se 3 un posible m3ximo co signo da derivada segunda $M''(t) = -8 < 0$ para todo t e en particular para $t = 3$, logo no punto $t = 3$ a funci3n ten un m3ximo **0.5 puntos** (podemos facer a xustificaci3n debuxando a gr3fica da funci3n $M(t)$ “tendo en conta que o anaco definido mediante a par3bola non pode ser representado utilizando un conxunto finito de valores obtidos a partir dunha t3boa”)

• no intervalo $(5, 10)$ $M'(t) = -4$ logo $M(t)$ 3 decrecente **0.25 puntos**.

– Calculamos a distancia m3xima $M(3) = 36$. Polo tanto concluímos que: “Ao terceiro d3a a distancia do pesqueiro ao seu porto 3 m3xima, e esta distancia 3 de 36 millas” **0.25 puntos**.

(b) 3En que per3odos aumentaba a distancia? e 3en que per3odos dimin3a?

P3dese responder co estudo do signo da derivada primeira, ou ben coa gr3fica da funci3n:



– No intervalo $(0, 3)$ $M(t)$ 3 crecente **0.25 puntos**.– No intervalo $(3, 5)$ $M(t)$ 3 decrecente **0.25 puntos**.– Por 3ltimo no $(5, 10)$ $M(t)$ 3 decrecente **0.25 puntos**.

Criterios de Avaliación / Corrección

Respondemos agora a pregunta: “A distancia entre o pesqueiro e o porto base aumentou dende o momento da súa saída do porto ata o terceiro día. A partir do terceiro día ata que chega ao porto o décimo día, diminuíu” **0.25 puntos.**

(c) Pregúntannos a partir de que día, despois de alcanzar a distancia máxima, se atopaba a menos de 12 millas do porto base, é dicir: para que valor de t , $t > 3$, se verifica que $M(t) < 12$. O feito de ter representada a gráfica da función xa nos permite determinar o anaco da función que corresponde, que será $M(t) = 4(10 - t)$ **0.5 puntos.**

Resolvemos agora a inecuación $4(10 - t) < 12 \Rightarrow 10 - t < 3 \Rightarrow t > 7$ **0.25 puntos.** Concluimos respondendo a pregunta: “A partir do sétimo día a distancia é inferior a 12 millas”

Exercicio 2.

Estímase que o custo (en euros) $C(x)$ de procesar unha solicitude é unha función do número de analistas x dada por $C(x) = 0.003x^2 - 0.216 \ln x + 5$, sendo $x > 0$.

(a) Se o obxectivo é minimizar o custo por solicitude, determinar o número de analistas que deberían contratarse.

– Calculamos a derivada $C'(x) = 0.006x - \frac{0.216}{x}$, $x > 0$ **1 punto.**

– Obtemos os puntos críticos $C'(x) = 0 \Rightarrow 0.006x^2 - 0.216 = 0 \Rightarrow x = 6$ e $x = -6$ (solución non válida) **1 punto.**

– Comprobar se é mínimo, $C''(x) = 0.006 + \frac{0.216}{x^2}$, e $C''(6) > 0$ polo tanto en $x = 6$ a función $C(x)$ presenta un mínimo, entón deberían contratar 6 analistas para minimizar o custo **0.5 puntos.**

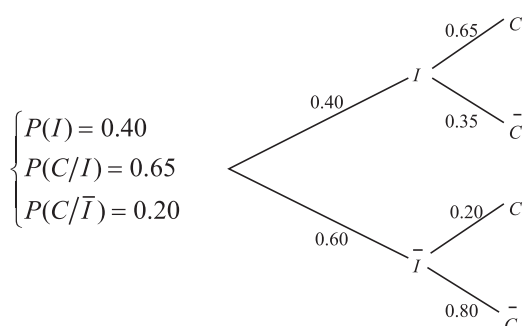
(b) Calcular o custo mínimo: $C_{\min} = C(6) \cong 4.72$. Polo tanto, se se contratan 6 analistas minimízase o custo por solicitude, sendo este de 4.72 euros **1 punto.**

ESTADÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos “ I : un habitante desa poboación é inmigrante”, “ C : un habitante da poboación traballa no campo”

(a) – Especificar e interpretar as probabilidades do enunciado: **0.75 puntos (0.25 puntos por cada unha delas, sendo válido tamén se fai o diagrama en árbore e as especifica no diagrama)**



– Preguntan a porcentaxe da poboación que traballa no campo, formulamos a pregunta: $P(C)$ **0.25 puntos.**

– Por teorema das probabilidades totais: $P(C) = P(I)P(C|I) + P(\bar{I})P(C|\bar{I})$ **0.25 puntos.**

– Substituíndo as probabilidades xa formuladas e puntuadas na primeira parte, resulta: $P(C) = 0.40 \cdot 0.65 + 0.60 \cdot 0.20 = 0.38$, e concluir que “o 38% da poboación traballa no campo” **0.25 puntos.**

(b) – Formulación do enunciado: $P(I|\bar{C})$ **0.25 puntos.**

– Definición da probabilidade condicionada $P(I|\bar{C}) = \frac{P(I \cap \bar{C})}{P(\bar{C})}$ **0.25 puntos.** – Substituír os valores das

probabilidades $\frac{0.40 \cdot 0.35}{1 - 0.38}$ **0.25 puntos.** – Obter

o resultado 0.2258 e responder ao que nos piden: “aproximadamente, o 22.6% dos que traballan no campo son inmigrantes” **0.25 puntos.**

(c) – Formular a probabilidade pedida: $P(C \cup \bar{I})$ **0.25 puntos.**

– Expresión da probabilidade da unión: $P(C \cup \bar{I}) =$

$P(C) + P(\bar{I}) - P(C \cap \bar{I})$ **0.25 puntos.** – Cálculos nesa

expresión: $P(C \cup \bar{I}) = 0.38 + 0.60 - 0.60 \cdot 0.20 = 0.86$ **0.25 puntos.** – Conclusión: “O 86% da poboación traballa no campo ou non é inmigrante” **0.25 puntos.**

“Este exercicio penalízase cun total de 0.5 puntos se se dan resultados de probabilidades negativas ou maiores que 1”

Exercicio 2.

Sexa “ X = tempo de reacción, en segundos, fronte a certo estímulo, dun individuo dun grupo a estudo”. $X : N(\mu, \sigma = 0.1)$

(a) Para unha mostra de $n = 36$ individuos dese grupo, obtense un tempo medio de reacción de 2 segundos, logo se \bar{X} é o tempo medio de reacción mostral, \bar{X} toma o valor de $\bar{x} = 2$. Determinar, cun nivel de confianza do 99%, o intervalo para o tempo medio de reacción fronte ao estímulo dos individuos do grupo:

– Formulación do intervalo:

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

1 punto. – Calcular $z_{\alpha/2} = 2.575$ **0.25 puntos.** – Calcular numericamente os extremos do intervalo: (1.957, 2.043) e concluir: “Espérase, cunha confianza do 99%, que o tempo medio de reacción ao estímulo para o grupo a estudo, estea comprendido entre 1.957 segundos e 2.043 segundos.” **0.5 puntos.**

(b) Quérese estimar o tempo medio de reacción cun erro máximo de 0.02 segundos e tomando unha mostra de 100 individuos, ¿cal será entón o nivel de confianza co que se fai a estimación?

– Formular a ecuación que corresponde ao raio do intervalo: $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.02$ **0.5 puntos.**

– Resolver a ecuación anterior e obter $z_{\alpha/2} = 2$ **0.25 puntos.**

– Usar as táboas, $1 - \alpha/2 = 0.9772$ **0.25 puntos.**

– Calcular $\alpha = 0.0456$ **0.25 puntos** e o nivel de confianza $1 - \alpha = 0.9544$ concluindo que: “a estimación do tempo medio de reacción se fai cun, aproximadamente, 95.4% de confianza” **0.5 puntos.**