

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos. Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álgebra 3 pts; Análise 3,5 pts; Estatística 3,5 pts.

ÁLXEBRA

1. Tres traballadores *A*, *B* e *C*, ó rematar un determinado mes, presentan á súa empresa a seguinte plantilla de produción, correspondente ás horas de traballo, dietas de mantemento e Km. de desprazamento que fixeron cada un deles

	<i>HORAS DE TRABALLO</i>	<i>DIETAS</i>	<i>QUILÓMETROS</i>
<i>A</i>	40	10	150
<i>B</i>	60	15	250
<i>C</i>	30	6	100

Sabendo que a empresa paga ós tres traballadores a mesma retribución: *x* euros por hora traballada, *y* euros por cada dieta e *z* euros por Km. de desprazamento e que paga ese mes un total de 924 euros ó traballador *A*, 1390 euros ó *B* e 646 euros ó *C*, calcular *x*, *y*, *z*.

2. Un concesionario de coches comercializa dous modelos de automóbiles: un de gama alta, có que gaña 1000 euros por unidade vendida e o outro de gama baixa cuns beneficios por unidade vendida de 600 euros. Por razóns de mercado, a venda anual destes modelos está suxeita ás seguintes restricións:

- O número de modelos de gama alta vendidos non será menor de 50 nin maior de 150 coches.
- O número de modelos de gama baixa vendidos terá que ser maior ou igual ó de modelos de gama alta vendidos.
- O concesionario pode vender ata un máximo de 500 automóbiles dos dous modelos ó ano.

a) Formula-las restricións e representar graficamente a rexión factible. **b)** ¿Cantos automóbiles de cada modelo debe vender anualmente co fin de maximiza-los beneficios?

ANÁLISE

1. A función de custo total de produción de *x* unidades dun determinado produto é $C(x) = \frac{x^3}{100} + 8x + 20$.

a) Defínese a función de custo medio por unidade como $Q(x) = \frac{C(x)}{x}$, ¿cantas unidades “*x*₀” é necesario producir para que sexa mínimo o custo medio por unidade? **b)** ¿Que relación existe entre $Q(x_0)$ e $C'(x_0)$?

2. Unha enfermidade propágase de tal xeito que, despois de *t* semanas afectou a *N(t)* centos de persoas, onde

$$N(t) = \begin{cases} 5 - t^2(t - 6) & \text{para } 0 \leq t \leq 6 \\ -\frac{5}{4}(t - 10) & \text{para } 6 < t \leq 10 \end{cases}$$

a) Estudia-lo crecemento e decrecemento de *N(t)*. Calcula-lo máximo de persoas afectadas e a semana na que se presenta ese máximo. Calcula tamén a semana na que se presenta o punto de inflexión no número de persoas afectadas. **b)** ¿A partir de que semana a enfermidade afecta a 250 persoas como máximo?

ESTADÍSTICA

1. Nunha empresa, o 20% dos traballadores son maiores de 45 anos, o 8% desempeña algún posto directivo e o 6% é maior de 45 anos e desempeña algún posto directivo.

- a)** ¿Que porcentaxe dos traballadores ten máis de 45 anos e non desempeña ningún cargo directivo?
- b)** ¿Que porcentaxe dos traballadores non é directivo nin maior de 45 anos?
- c)** Se a empresa ten 150 traballadores, ¿cantos son directivos e non teñen máis de 45 anos?

2. Sábese que o gasto semanal (en euros) en ocio para os xóvenes dunha certa cidade segue unha distribución normal con desviación típica σ coñecida.

- a)** Para unha mostra aleatoria de 100 xóvenes desa cidade, o intervalo de confianza ó 95% para o gasto medio semanal μ é (27, 33). Calcula-la correspondente media mostrál \bar{x} e o valor de σ .
- b)** ¿Que número de xóvenes teríamos que seleccionar ó chou, como mínimo, para garantir, cunha confianza do 95%, unha estimación de dito gasto medio cun erro máximo non superior a 2 euros semanais?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos. Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álgebra 3 pts; Análise 3,5 pts; Estatística 3,5 pts.

ÁLXEBRA

1. Sexan as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5x & 2 \\ 2x & 2 \\ x & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3z \\ z \\ 2z \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 \\ 3/2 \\ -3/2 \end{pmatrix}$$

a) Calcula-la matriz $(A \cdot B) + C$. **b)** Sabendo que $(A \cdot B) + C = 2D$, formular un sistema de ecuacións e encontra-los valores de x, y, z .

2. Nunha emisora de radio detectouse que un programa A que adica 20 minutos a información xeral e 20 minutos a música, capta un total de 30.000 oíntes, mentras que un programa B que adica 30 minutos a información xeral e 10 minutos a música capta 20.000 oíntes.

Nun determinado período, decídese adicar un máximo de 300 minutos a información xeral e 140 minutos a música. Se se desexa que o número de oíntes sexa máximo, ¿cantas veces deberá emitirse cada un dos programas A e B nese período? Representar graficamente a rexión factible.

ANÁLISE

1. Os beneficios (en millóns de euros por ano) estimados para unha empresa axústanse á seguinte función:

$$B(x) = \frac{5x}{x^2 + 4}, \quad x \geq 0$$

onde B representa os beneficios da empresa e x os anos transcorridos dende o momento da súa constitución ($x=0$).

a) Determina-los intervalos de crecemento e decrecemento de $B(x)$. ¿Que información nos dan sobre a evolución dos beneficios ó longo do tempo? **b)** ¿Ó cabo de canto tempo obtén a empresa o máximo beneficio? ¿Cal é este beneficio máximo?

2. Mércase un equipo industrial en 1990 ($x=0$) e sábese que xenera uns ingresos de $R(x) = 6125 - \frac{125}{4}x^2$ (miles de euros anuais) x anos despois de mercalo.

Ó mesmo tempo, os custos de funcionamento e mantemento son $C(x) = 2000 + 10x^2$ miles de euros anuais.

a) Representa-las gráficas das funcións $R(x)$ e $C(x)$. **b)** ¿Durante cantos anos foi rendible o equipo? **c)** ¿En que ano o beneficio foi máximo e a canto ascendeu o mesmo?

ESTADÍSTICA

1. Unha comisaría de policía metropolitana está formada por 1200 axentes: 960 homes e 240 mulleres. Ó longo dos dous últimos anos foron ascendidos 324 axentes. Na seguinte táboa amósase o reparto específico dos ascensos para axentes masculinos e femininos:

	ASCENDIDOS	NON ASCENDIDOS	TOTAL
HOMES	288	672	960
MULLERES	36	204	240
TOTAL	324	876	1200

a) Calcula-la probabilidade de ascenso para un axente do sexo masculino. **b)** Calcula-la probabilidade de ascenso para unha axente do sexo feminino. **c)** Nesta comisaría, ¿o ascenso é dependente ou independente do feito de ser o policía home ou muller? Xustifíquese a resposta.

2. Para determina-la idade promedio dos seus clientes, un fabricante de roupa para cabaleiro colle unha mostra aleatoria de 50 clientes e calcula a súa idade media $\bar{x} = 36$ anos.

Se se sabe que a variable idade segue unha distribución normal con desviación típica $\sigma = 12$ anos, determinar,

a) cun 95% de confianza o intervalo da media de idade de tódolos clientes. **b)** se se desexa que a media da mostra non difira en máis de 2 anos da media da poboación, con probabilidade 0,95, ¿cantos clientes se deberían tomar como mínimo na mostra?

CONVOCATORIA DE XUÑO

ÁLXEBRA (3 puntos)

EXERCICIO 1.

- Plantexa-lo sistema: **1'5 puntos.**
- Resolución do sistema: **1'5 puntos.**

EXERCICIO 2.

- Restriccións: **0'75 puntos.**
- Vértices da rexión factible: **1 punto.**
- Representación gráfica da rexión factible: **0'75 puntos.**
- Optimización **0'5 puntos.**

ANÁLISE (3'5 puntos)

EXERCICIO 1.

- a) 2 puntos:**
 - Cálculo da primeira derivada: **1 punto.**
 - Obte-lo punto crítico e comprobar que é un mínimo: **1 punto.**
- b) 1'5 puntos:**
 - Obter $C'(x_0)$: **0'75 puntos.**
 - Deduci-la igualdade: **0'75 puntos.**

EXERCICIO 2.

- a) 2'5 puntos:**

- Calcular $N'(t)$ e puntos críticos: **0'5 puntos.**
- Crecemento e decrecemento de $N(t)$: **0'75 puntos.**
- Máximo de persoas afectadas: **0'25 puntos.**
- Semana na que se presenta ese máximo: **0'25 puntos.**
- Calcular e comprobar o punto de inflexión: **0'75 puntos.**
- b) 1 punto:** Pola formulación da inecuación: **0'5 puntos.**
- Por despegar e obte-lo resultado: **0'5 puntos.**

ESTADÍSTICA (3'5 puntos)

EXERCICIO 1.

- a) 1 punto.**
- b) 1 punto.**
- c) 1,5 puntos.**

EXERCICIO 2.

- a) 2 puntos:**
 - Obte-la media muestral \bar{x} : **0'5 puntos.**
 - Por calcular σ : **1'5 puntos.**
- b) 1'5 puntos:** Plantexamento: **0'5 puntos.**
- Cálculo de n : **1 punto.**

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

ÁLXEBRA (3 puntos)

EXERCICIO 1.

- a) 1 punto:**
 - Calcular $A \cdot B$: **0'75 puntos.**
 - Calcular $A \cdot B + C$: **0'25 puntos.**
- b) 2 puntos:**
 - Plantexa-lo sistema: **0'5 puntos.**
 - Resolución do sistema: **1'5 puntos.**

EXERCICIO 2.

- Restriccións: **0'75 puntos.**
- Vértices da rexión factible: **1 punto.**
- Representación gráfica da rexión factible: **0'75 puntos.**
- Optimización **0'5 puntos.**

ANÁLISE (3'5 puntos)

EXERCICIO 1.

- a) 2'5 puntos:**
 - Cálculo da primeira derivada: **1 punto.**
 - Intervalos de crecemento e decrecemento: **1 punto.**

- Información sobre a evolución dos beneficios ó longo do tempo: **0'5 puntos.**
- b) 1 punto:**
 - Ano no que o beneficio foi máximo: **0'5 puntos.**
 - Beneficio máximo: **0'5 puntos.**

EXERCICIO 2.

- a) 1 punto:**
 - Pola gráfica de $R(x)$: **0'5 puntos.**
 - Pola gráfica de $C(x)$: **0'5 puntos.**
- b) 1'25 puntos:**
 - Pola formulación da desigualdade: **0'25 puntos.**
 - Polos extremos do intervalo: **0'5 puntos.**
 - Por completa-lo intervalo: **0'5 puntos.**
- c) 1'25 puntos:**
 - Ano no que o beneficio foi máximo: **0'75 puntos.**
 - Beneficio máximo: **0'5 puntos.**

ESTADÍSTICA (3'5 puntos)

EXERCICIO 1.

- a) 1 punto.**
- b) 1 punto.**

CRITERIOS DE AVALIACIÓN / CORRECCIÓN

c) 1'5 puntos:

- Pola definición de sucesos independentes: **0'5 puntos**.
- Polo cálculo das probabilidades descoñecidas na formulación anterior: **0'5 puntos**.
- Pola deducción final: **0'5 puntos**.

EXERCICIO 2.

a) 2 puntos:

- Pola expresión do intervalo: **1 punto**.

- Calcular $z_{\alpha/2}$: **0'5 puntos**.

- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0'5 puntos**.

b) 1'5 puntos:

- Formulación: **0'5 puntos**.

- Operar na desigualdade: **0'5 puntos**.

- Cálculo de n : **0'5 puntos**.