CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAU
Convocatoria ordinaria 2026
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

CÓDIGO 40

O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria**: as preguntas 1 e 2 sen apartados optativos e as preguntas 3 e 4 con posibilidade de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE. (2 puntos)

CONTEXTO

Nun concello galego, realizouse unha enquisa a estudantes que estaban preparando as probas de acceso á universidade (PAU) de 2026. A maioría estudan na casa e/ou na biblioteca municipal. Outras opcións con menos respostas foron: cafeterías tranquilas, zonas de descanso do centro comercial e medios de transporte público. O 80 % estuda na casa ou na biblioteca municipal, o 15 % estuda na casa e na biblioteca municipal e o 40 % non estuda na casa.

No caso de que unha porcentaxe superior ao 30 % estude na biblioteca municipal, os responsables do concello ampliarán o seu horario nos días previos ás PAU 2026.

Responda estes dous apartados: 1.1. e 1.2.

1.1. Se ao elixir unha persoa da enquisa di que estuda na casa, cal é a probabilidade de que non o faga na biblioteca municipal?
1.2. Ampliarán os responsables do concello o horario da biblioteca municipal nos días previos ás PAU 2026? Xustifique a resposta.

PREGUNTA 2. ÁLXEBRA. (2 puntos)

Considérase o sistema de inecuacións dado por:

$$2x \geq 3y - 7 \qquad x + y + 1 \geq 0 \qquad x \leq 3 \qquad x + 2y \leq 7$$

Responda estes dous apartados: 2.1. e 2.2.

2.1. Represente graficamente a rexión factible determinada polo sistema de inecuacións anterior e calcule os seus vértices.
2.2. Determine, se existen, os máximos e os mínimos da función $f(x, y) = 2x + 3y$ suxeita ás restricións definidas polo sistema de inecuacións anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISE. (3 puntos)

Responda un dos seguintes dous apartados: 3.1. ou 3.2.

3.1.
CONTEXTO

O beneficio dunha empresa depende basicamente das súas ventas. Cando as ventas son pequenas, o beneficio pode ser negativo debido aos custos fixos. Tamén pode ser negativo cando as ventas son grandes debido ao aumento dos custos de produción. O beneficio diario dunha empresa, en centos de euros, vén dado pola función

$$B(x) = -x^2 + 10x - 16$$

onde x son os miles de unidades vendidas ao día, con $1 \leq x \leq 9$.

Responda estes tres apartados: 3.1.1., 3.1.2. e 3.1.3.

3.1.1. A canto ascende o beneficio máximo que pode obter a empresa? Cantas unidades debe vender para alcanzalo? Contextualice as respostas.
3.1.2. Determine os valores de x para os que a empresa obtén beneficios positivos. Contextualice a resposta.
3.1.3. Calcule o beneficio medio (B_m) obtido pola empresa cando vende entre 3000 e 7000 unidades, sabendo que vén dado por

$$B_{\text{m}} = \frac{1}{7-3}\int_3^7 B(x)\,dx.$$

3.2

CONTEXTO

No ano 2025 as reservas de auga de varios encoros galegos víronse comprometidas a causa da falta de precipitacións e do aumento da evaporación da auga debida ás altas temperaturas. Esta situación provocou que a finais do verán se activara a prealerta por escaseza moderada de auga en moitos concellos galegos, véndose afectada cerca do 30 % da poboación de Galicia. En concreto, nun determinado encoro, estímase que as reservas acumuladas de auga (medidas en porcentaxe da súa capacidade) veñen dadas pola función

$$R(t) = \begin{cases} 96 - 2(t-3)^2 & , \quad 0 \leq t \leq 6 \\ 5(t-9)^2 + 33 & , \quad 6 < t \leq 12 \end{cases}$$

onde a variable t representa o tempo transcorrido en meses contados a partires do 1 de xaneiro de 2025.

Responda estes tres apartados: 3.2.1., 3.2.2. e 3.2.3.

3.2.1. Determine os períodos do ano nos que as reservas de auga aumentaron e diminuíron. Contextualice as respostas.

3.2.2. Cales foron as reservas mínimas? En que momento ou momentos se produciron? Contextualice as respostas.

3.2.3. Utilizando a información dos apartados anteriores represente graficamente a evolución das reservas de auga do encoro ao longo do ano 2025.

PREGUNTA 4. ESTATÍSTICA E ÁLXEBRA. (3 puntos)

Responda un dos seguintes dous apartados de Estatística: 4.1. ou 4.2. (1,5 puntos)

4.1. A cantidade de auga (en litros) que se consume no lavado dun coche nunha estación de autolavado distribúese normalmente cunha desviación típica de $\sigma = 20$ litros. Tomada unha mostra de $n = 64$ coches, determinouse que o consumo medio de auga está comprendido entre 76,1 litros e 85,9 litros. Con que nivel de confianza se realizou esta afirmación?

Nota: Para resolver o apartado anterior pode empregarse algún dos seguintes valores relacionados coas táboas da normal estándar:

$P(Z < 2{,}05) = 0{,}98$; $P(Z < 2{,}326) = 0{,}99$; $P(Z > 1{,}645) = 0{,}05$; $P(Z > 1{,}96) = 0{,}025$.

4.2. O 90 % dos individuos dunha poboación teñen conta bancaria. Elixidos 5 individuos desa poboación.

4.2.1. Cal é a probabilidade de que todos teñan conta bancaria?

4.2.2. Calcule a probabilidade de que, entre os 5 individuos, menos de 2 teñan conta bancaria.

Responda un dos seguintes dous apartados de Álxebra: 4.3. ou 4.4. (1,5 puntos)

4.3. Considere as matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & -1 \\ a & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 \\ c \\ c \end{pmatrix}$$

Exprese en forma matricial o sistema de ecuacións que se obtén ao presentar a seguinte igualdade matricial $A \cdot B = C$.

4.4. Dadas as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k \\ 1 & k^2 \end{pmatrix}$$

Calcule os valores de k para os que a matriz $A^t \cdot B$ teña inversa, sendo A^t a matriz trasposta de A.

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAU
Convocatoria ordinaria 2026
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

CÓDIGO 40

El examen consta de **4 preguntas de respuesta obligatoria**: las preguntas 1 y 2 sin apartados optativos y las preguntas 3 y 4 con posibilidad de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2 puntos)

CONTEXTO
En un ayuntamiento gallego, se realizó una encuesta a estudiantes que estaban preparando las pruebas de acceso a la universidad (PAU) de 2026. La mayoría estudian en casa y/o en la biblioteca municipal. Otras opciones que tuvieron menos respuestas fueron: cafeterías tranquilas, zonas de descanso del centro comercial y medios de transporte público. El 80 % estudia en casa o en la biblioteca municipal, el 15 % estudia en casa y en la biblioteca municipal y el 40 % no estudia en casa.

En el caso de que un porcentaje superior al 30 % estudie en la biblioteca municipal, los responsables del ayuntamiento ampliarán su horario durante los días anteriores a las PAU 2026.

Responda estos dos apartados: 1.1. y 1.2.

1.1. Si al elegir una persona de la encuesta dice que estudia en casa, ¿cuál es la probabilidad de que no lo haga en la biblioteca municipal?
1.2. ¿Ampliarán los responsables del ayuntamiento el horario de la biblioteca municipal durante los días anteriores a las PAU 2026? Justifique la respuesta.

PREGUNTA 2. ÁLGEBRA. (2 puntos)

Se considera el sistema de inecuaciones dado por:

$$2x \geq 3y - 7 \qquad x + y + 1 \geq 0 \qquad x \leq 3 \qquad x + 2y \leq 7$$

Responda estos dos apartados: 2.1. y 2.2.

2.1. Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.
2.2. Determine, si existen, los máximos y los mínimos de la función $f(x, y) = 2x + 3y$ sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (3 puntos)

Responda uno de los siguientes apartados: 3.1. o 3.2.

3.1.
CONTEXTO
El beneficio de una empresa depende básicamente de sus ventas. Cuando las ventas son pequeñas, el beneficio puede ser negativo debido a los costes fijos. También puede ser negativo cuando las ventas son grandes debido al aumento de los costes de producción. El beneficio diario de una empresa, en cientos de euros, viene dado por la función

$$B(x) = -x^2 + 10x - 16$$

donde x son los miles de unidades vendidas al día, con $1 \leq x \leq 9$.

Responda estos tres apartados: 3.1.1., 3.1.2. y 3.1.3.

3.1.1. ¿A cuánto asciende el beneficio máximo que puede obtener la empresa? ¿Cuántas unidades debe vender para alcanzarlo? Contextualice las respuestas.
3.1.2. Determine los valores de x para los que la empresa obtiene beneficios positivos. Contextualice la respuesta.
3.1.3. Calcule el beneficio medio (B_m) obtenido por la empresa cuando vende entre 3000 y 7000 unidades, sabiendo que viene dado por

$$B_m = \frac{1}{7-3}\int_3^7 B(x)\,dx.$$

3.2

CONTEXTO

En el año 2025 las reservas de agua de varios embalses gallegos se han visto comprometidas a causa de la falta de precipitaciones y del aumento de la evaporación del agua debida a las altas temperaturas. Esta situación ha provocado que a finales del verano se haya activado la prealerta por escasez moderada de agua en muchos municipios gallegos, viéndose afectada cerca del 30 % de la población de Galicia. En concreto, en un determinado embalse, se estima que las reservas acumuladas de agua (medidas en porcentaje de su capacidad) vienen dadas por la función

$$R(t) = \begin{cases} 96 - 2(t-3)^2 & , \quad 0 \leq t \leq 6 \\ 5(t-9)^2 + 33 & , \quad 6 < t \leq 12 \end{cases}$$

en donde la variable t representa el tiempo transcurrido en meses contados a partir del día 1 de enero de 2025.

Responda estos tres apartados: 3.2.1., 3.2.2. y 3.2.3.

3.2.1. Determine los períodos del año en los que las reservas de agua han aumentado y disminuido. Contextualice las respuestas.

3.2.2. ¿Cuáles han sido las reservas mínimas? ¿En qué momento o momentos se han producido? Contextualice las respuestas.

3.2.3. Utilizando la información de los apartados anteriores represente gráficamente la evolución de las reservas de agua del embalse a lo largo del año 2025.

PREGUNTA 4. ESTADÍSTICA Y ÁLGEBRA. (3 puntos)

Responda uno de los siguientes dos apartados de Estadística: 4.1. o 4.2. (1,5 puntos)

4.1. La cantidad de agua (en litros) que se consume en el lavado de un coche en una estación de autolavado se distribuye normalmente con una desviación típica de $\sigma = 20$ litros. Tomada una muestra de $n = 64$ coches, se ha determinado que el consumo medio de agua está comprendido entre 76,1 litros y 85,9 litros. ¿Con qué nivel de confianza se ha realizado esta afirmación?

Nota: Para resolver el apartado anterior puede emplearse alguno de los siguientes valores relacionados con las tablas de la normal estándar:

$P(Z < 2{,}05) = 0{,}98$; $P(Z < 2{,}326) = 0{,}99$; $P(Z > 1{,}645) = 0{,}05$; $P(Z > 1{,}96) = 0{,}025$.

4.2. El 90 % de los individuos de una población tienen cuenta bancaria. Elegidos 5 individuos de esa población.

4.2.1. ¿Cuál es la probabilidad de que todos tengan cuenta bancaria?

4.2.2. Calcule la probabilidad de que, entre los 5 individuos, menos de 2 tengan cuenta bancaria.

Responda uno de los siguientes dos apartados de Álgebra: 4.3. o 4.4. (1,5 puntos)

4.3. Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & -1 \\ a & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 \\ c \\ c \end{pmatrix}$$

Exprese en forma matricial el sistema de ecuaciones que se obtiene al plantear la siguiente igualdad matricial $A \cdot B = C$.

4.4. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k \\ 1 & k^2 \end{pmatrix}$$

Calcule los valores de k para los que la matriz $A^t \cdot B$ tenga inversa, siendo A^t la matriz traspuesta de A.

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAU
Convocatoria ordinaria 2026
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

CÓDIGO 40

1. Se denotamos por C="Estudar na casa" e B="Estudar na biblioteca municipal", temos que $P(C \cup B) = 0{,}8$, $P(C \cap B) = 0{,}15$ e $P(\bar{C}) = 0{,}4$. Polo tanto, $P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 0{,}6$.

1.1 Pídese calcular a probabilidade de que non estude na biblioteca municipal sabendo que estuda na casa, é dicir, $P(\bar{B}\,|C)$. Empregando a fórmula da probabilidade condicionada, temos que:

$$P(\bar{B}\,|C) = \frac{P(\bar{B} \cap C)}{P(C)} = \frac{P(C) - P(C \cap B)}{P(C)} = \frac{0{,}6 - 0{,}15}{0{,}6} = 0{,}75.$$

1.2 Pídese calcular a probabilidade de que estude na biblioteca municipal, é dicir, $P(B)$. Para calcular $P(B)$ empregando a fórmula da probabilidade da unión de dous sucesos, temos que:

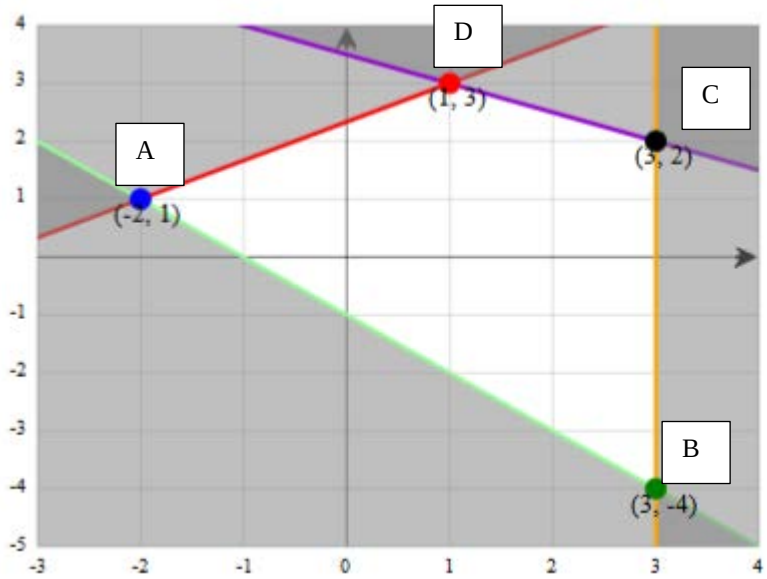
$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) \Rightarrow 0{,}8 = P(B) + 0{,}6 - 0{,}15 \Rightarrow P(B) = 0{,}8 - 0{,}45 = 0{,}35$$

Resposta e xustificación: os responsables do concello ampliarán o seu horario porque unha porcentaxe superior ao 30 % (o 35 %) estuda na biblioteca municipal,.

2. Temos as seguintes restricións

$2x \geq 3y - 7$ $\quad$ $x + y + 1 \geq 0$ $\quad$ $x \leq 3$ $\quad$ $x + 2y \leq 7$

2.1. A rexión factible determinada polas restricións ten coma vértices A, B, C e D



A: $\left.\begin{matrix} 2x = 3y - 7 \\ x + y + 1 = 0 \end{matrix}\right\} A(-2{,}1)$ $\quad$ B: $\left.\begin{matrix} x + y + 1 = 0 \\ x = 3 \end{matrix}\right\} B(3, -4)$

C: $\left.\begin{matrix} x = 3 \\ x + 2y = 7 \end{matrix}\right\} C(3{,}2)$ $\quad$ D: $\left.\begin{matrix} x + 2y = 7 \\ 2x = 3y - 7 \end{matrix}\right\} D(1{,}3)$

2.2 Dada a función $f(x, y) = 2x + 3y$ temos que:

$f(A) = -1$ $\quad$ $f(B) = -6$ $\quad$ $f(C) = 12$ $\quad$ $f(D) = 11$

A función f acada o seu mínimo no vértice $B(3, -4)$ $\quad$ $f(B) = -6$.
A función f acada o seu máximo no vértice $C(3{,}2)$ $\quad$ $f(C) = 12$.

3.1

Temos a función $B(x) = -x^2 + 10x - 16,\ 1 \leq x \leq 9$.

3.1.1.

$B'(x) = -2x + 10 \Rightarrow B'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$, polo que $x = 5$ é un punto crítico.

Coma $B''(x) = -2 < 0$ en $x = 5$ hai un máximo. O valor da función sería $B(5) = -5^2 + 10 \times 5 - 16 = 9$.

Contextualización: o beneficio máximo é 900 euros cando se venden 5000 unidades.

3.1.2.

$$B(x) = -x^2 + 10x - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 8 \end{cases}$$

Coma $B(5) > 0$, a función $B(x)$ será positiva cando x tome valores entre 2 e 8.

Contextualización: o beneficio é positivo cando se venden entre 2000 e 8000 unidades.

Nota: os apartados 3.1.1. e 3.1.2. tamén poderían resolverse empregando correctamente que a función é unha parábola cóncava con vértice no punto (5,9).

3.1.3.

$$B_m = \frac{1}{4}\int_3^7 B(x)dx = \frac{1}{4}\int_3^7 (-x^2 + 10x - 16)dx = \frac{1}{4}\left[-\frac{x^3}{3} + 5x^2 - 16x\right]_3^7 =$$

$$= \frac{1}{4}\left[\left(-\frac{7^3}{3} + 5 \times 7^2 - 16 \times 7\right) - \left(-\frac{3^3}{3} + 5 \times 3^2 - 16 \times 3\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{4}\left[\left(-\frac{343}{3} + 245 - 112\right) - (-9 + 45 - 48)\right] =$$

$$= \frac{1}{4}\left(-\frac{343}{3} + 145\right) = \frac{1}{4} \times \frac{92}{3} = 7{,}67$$

Polo que o beneficio medio da empresa cando vende entre 3000 e 7000 unidades é 767 euros

3.2.

Temos a función $R(t) = \begin{cases} 96 - 2(t-3)^2 & 0 \leq t \leq 6 \\ 5(t-9)^2 + 33 & 6 < t \leq 12 \end{cases}$

3.2.1.

En $(0,6)$: $R(t) = 96 - 2(t-3)^2$
$R'(t) = -4(t-3)$, polo tanto $R'(t) = 0$ se $t = 3$, polo que $t = 3$ é un punto crítico.
Coma en $(0,3)$, $R'(t) > 0 \Rightarrow R$ é crecente en (0,3).
Coma en $(3,6)$, $R'(t) < 0 \Rightarrow R$ é decrecente en (3,6).

En $(6,12)$: $R(t) = 5(t-9)^2 + 33$
$R'(t) = 10(t-9)$, polo tanto $R'(t) = 0$ se $t = 9$, polo que $t = 9$ é un punto crítico.
Coma en $(6,9)$, $R'(t) < 0 \Rightarrow R$ é decrecente en (6,9).
Coma en $(9,12)$, $R'(t) > 0 \Rightarrow R$ é crecente en (9,12).

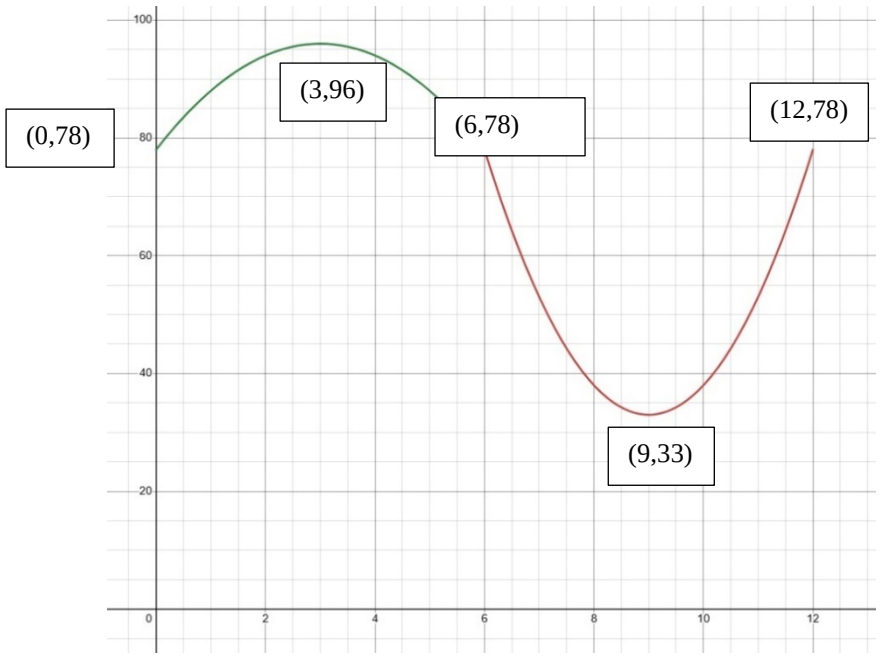
Contextualización: as reservas aumentaron dende principios de ano ata finais de marzo (transcorridos 3 meses) e dende finais de setembro (transcorridos 9 meses) ata finais de ano. As reservas diminúen dende finais de marzo ata finais de setembro.

3.2.2.

Temos que $R(0) = 78$, $R(12) = 78$, $R(3) = 96$, $R(9) = 33$ e $R(6) = R(6^+) = 78$.

Contextualización: as reservas mínimos acadáronse a finais de setembro (transcorridos 9 meses) cun 33% da capacidade do encoro.

3.2.3.



4.1. $X =$ "Cantidade de auga que se consume no lavado manual dun coche". $X \to N(\mu, \sigma = 20)$

O intervalo de confianza para μ é igual a $(76{,}1\,;85{,}9)$ con $n = 64$. Coma a expresión xeral do intervalo de confianza para μ con nivel de confianza $1-\alpha$ é $\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Igualando, teríamos que $\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 76{,}1$ e $\bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 85{,}9$. Destas dúas ecuacións teríamos que:

$2 \times z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 85{,}9 - 76{,}1 = 9{,}8$ é dicir $z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{9{,}8\times 8}{2\times 20} = 1{,}96.$

Como $P(Z > 1{,}96) = 0{,}025$, $\frac{\alpha}{2} = 0{,}025$ e $1-\alpha = 0{,}95$. A afirmación realizouse cun 95% de confianza.

4.2. X: número de individuos con conta bancaria $X \sim Bi(n = 5, p = 0{,}9)$

4.2.1. $P(X = 5) = \binom{5}{5} \times 0{,}9^5 \times 0{,}1^{5-5} = 0{,}59049.$

4.2.2.

$$P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) = \binom{5}{0} \times 0{,}9^0 \times 0{,}1^{5-0} + \binom{5}{1} \times 0{,}9^1 \times 0{,}1^{5-1} =$$

$$= 0{,}00001 + 0{,}00045 = 0{,}00046.$$

4.3. Temos as matrices A, B e C

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & -1 \\ a & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 \\ c \\ c \end{pmatrix}$$

Se plantexamos $A \cdot B = C$ teríamos

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & -1 \\ a & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ c \\ c \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2a + 1 + b \\ a - b \\ 2a + 1 - b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ c \\ c \end{pmatrix}$$

Obtendo as ecuacións: $2a + 1 + b$=1 ; $a - b = c$ e $2a + 1 + b = c$. Ou, equivalentemente:
$2a + b$=0 ; $a - b - c = 0$ e $2a + b - c = -1$. En forma matricial o sistema de ecuacións sería :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

4.4. Temos as matrices A e B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k \\ 1 & k^2 \end{pmatrix}$$

Teríamos entón que

$$A^t \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k \\ 1 & k^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 + k + k^2 \\ 6 & 1 + 2k + 3k^2 \end{pmatrix}$$

Para que teña inversa o seu determinante tería que ser diferente de 0.

Como $\begin{vmatrix} 3 & 1 + k + k^2 \\ 6 & 1 + 2k + 3k^2 \end{vmatrix} = 3 + 6k + 9k^2 - 6 - 6k - 6k^2 = 3k^2 - 3$

$$3k^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow k = 1 \; ou \; k = -1$$

Polo tanto, $A^t \cdot B$ tería inversa se $k \neq 1 \; e \; k \neq -1$.

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAU
Convocatoria extraordinaria 2026
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

CÓDIGO 40

O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria**: as preguntas 1 e 2 sen apartados optativos e as preguntas 3 e 4 con posibilidade de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE. (2 puntos)

CONTEXTO

O peso relativo da poboación de Galicia no conxunto de España diminuíu nos últimos anos e, ao mesmo tempo, a comunidade atópase inmersa nun proceso de envellecemento demográfico que afecta ao conxunto de Europa. Neste contexto, aproximadamente o 26 % da poboación residente na provincia da Coruña ten 65 anos ou máis; en Lugo, esta porcentaxe ascende ao 30 %; en Ourense, alcanza o 32 %; e en Pontevedra, sitúase no 24 %.

En xaneiro de 2025, a poboación total de Galicia situábase ao redor dos 2.700.000 habitantes. Deste total, a provincia da Coruña concentraba aproximadamente o 41,5 % da poboación residente. Pola súa banda, a provincia de Lugo representaba preto do 12 % do conxunto da poboación galega, mentres que a provincia de Ourense agrupaba ao redor do 11,5 %. Finalmente, a provincia de Pontevedra reunía o 35 % restante da poboación total da comunidade autónoma.

Responda estes dous apartados: 1.1. e 1.2.

1.1. Calcule a probabilidade de que unha persoa residente en Galicia teña 65 anos ou máis.
1.2. Calcule a probabilidade de que unha persoa residente en Galicia, sabendo que non reside na provincia de Pontevedra, sexa residente na provincia de Ourense.

PREGUNTA 2. ÁLXEBRA. (2 puntos)

Dadas as matrices

$$A=\begin{pmatrix} c & d \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Responda estes dous apartados: 2.1. e 2.2.

2.1. Determine os valores de c e d para que $A \cdot B = B \cdot A$.
2.2. Para $c = 2$ e $d = 0$, despexe a matriz X na ecuación matricial $B \cdot X - A^t = X$, onde A^t é a matriz trasposta de A. A continuación, calcule X.

PREGUNTA 3. ANÁLISE. (3 puntos)
Responda un dos seguintes dous apartados: 3.1. ou 3.2.
3.1.
CONTEXTO
Todos os anos, nas semanas previas ao Nadal, arranca a tempada da captura da centola en Galicia. A apertura da veda destes crustáceos xera moita expectación. Nunha lonxa dun concello costeiro de Galicia estímase que os datos referidos ás capturas diarias de centola (en centos de quilogramos) durante os cinco primeiros días da última campaña veñen dadas pola función

$$C(t) = t^3 - 9t^2 + 24t \qquad , \qquad 0 \leq t \leq 5$$

onde a variable t representa o tempo transcorrido en días.

Responda estes tres apartados: 3.1.1., 3.1.2. e 3.1.3.

3.1.1. Determine os períodos de aumento e diminución das capturas diarias de centola. Contextualice as respostas.
3.1.2. A canto ascenden as capturas diarias máximas? En que momento ou momentos se producen? Contextualice as respostas.
3.1.3. Tendo en conta o modelo anterior, calcule a cantidade total de capturas que se produciron durante os cinco primeiros días da campaña ($\int_0^5 C(t)dt$).

3.2

CONTEXTO

Para axudar aos investidores, utilízanse diversos modelos matemáticos que estiman o valor das accións das empresas que cotizan en bolsa segundo o tempo transcorrido. Aínda que non poden predicir exactamente o futuro, constitúen unha ferramenta para tomar decisións e para interpretar datos reais.

O valor dunha acción (en euros) dunha empresa tecnolóxica que cotiza en bolsa estímase que vén dado pola función

$$V(t) = \frac{80 - 40t}{t^2 - 4t + 5} + 30 \quad , \qquad t \geq 0$$

onde t é o tempo transcorrido en meses desde o momento no que a acción saíu á venda.

Responda estes tres apartados: 3.2.1., 3.2.2. e 3.2.3.

3.2.1. Determine os períodos nos que o valor da acción creceu e nos que decreceu. Contextualice as repostas.

3.2.2. Cal é o valor máximo que alcanzou a acción? E cal é o valor mínimo? En que momentos se producen? Contextualice as respostas.

3.2.3. Tendo en conta a función utilizada, que ocorrerá co valor da acción co paso do tempo? Xustifique a súa resposta.

PREGUNTA 4. ESTATÍSTICA E ÁLXEBRA. (3 puntos)

Responda un dos seguintes dous apartados de Estatística: 4.1. ou 4.2. (1,5 puntos)

4.1. O gasto mensual en fotocopias dos alumnos dun instituto segue unha distribución normal con desviación típica igual a 2 euros**.** Obteña un intervalo de confianza ao 95 % para o gasto medio mensual en fotocopias de ditos estudantes tendo en conta que nunha mostra de 36 estudantes resultou un gasto medio de 13,5 euros.

Nota: Para resolver o apartado anterior pode empregarse algún dos seguintes valores relacionados coas táboas da normal estándar:

$P(Z < 0{,}90) = 0{,}816\,;\ P(Z < 1{,}28) = 0{,}90\,;\ P(Z > 1{,}645) = 0{,}05\,;\ P(Z > 1{,}96) = 0{,}025.$

4.2. Sexan A e B dous sucesos tales que:

$$P(A) = 0{,}60,\ P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}24 \text{ e } P(B|A) = 0{,}90.$$

Calcule $P(B)$.

Responda un dos seguintes dous apartados de Álxebra: 4.3. ou 4.4. (1,5 puntos)

4.3. Unha adega conta cunha planta de embotellado na que embotellan 1300 botellas por hora utilizando tres máquinas: M_1, M_2 e M_3. Sábese que a máquina M_1 é máis rápida que a máquina M_2, xa que embotella un 25 % máis de botellas. Tamén se sabe que onte tiveron que prescindir da máquina M_2 por ter unha avaría, e que empregando dúas horas a máquina M_1 e tres horas a máquina M_3 embotellaron 2030 botellas. Formule o sistema de ecuacións asociado a este problema e expréseo en forma matricial.

4.4. Considere o sistema de inecuacións dado por:

$$x \leq 2(y+1) \qquad y \leq 2(x+1) \qquad x + y \leq 5$$

Represente graficamente a rexión factible determinada polo sistema de inecuacións anterior e calcule os seus vértices.

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAU
Convocatoria extraordinaria 2026
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

CÓDIGO 40

El examen consta de **4 preguntas de respuesta obligatoria**: las preguntas 1 y 2 sin apartados optativos y las preguntas 3 y 4 con posibilidad de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2 puntos)

CONTEXTO

El peso relativo de la población de Galicia en el conjunto de España ha disminuido en los últimos años y, al mismo tiempo, la comunidad se encuentra inmersa en un proceso de envejecimiento demográfico que afecta al conjunto de Europa. En este contexto, aproximadamente el 26 % de la población residente en la provincia de A Coruña tiene 65 años o más; en Lugo, este porcentaje asciende al 30 %; en Ourense, alcanza el 32 %; y en Pontevedra, se sitúa en el 24 %.

En enero de 2025, la población total de Galicia se situaba en torno a los 2.700.000 habitantes. De este total, la provincia de A Coruña concentraba aproximadamente el 41,5 % de la población residente. Por su parte, la provincia de Lugo representaba cerca del 12 % del conjunto de la población gallega, mientras que la provincia de Ourense agrupaba alrededor del 11,5 %. Finalmente, la provincia de Pontevedra reunía el 35 % restante de la población total de la comunidad autónoma.

Responda estos dos apartados: 1.1. y 1.2.

1.1. Calcule la probabilidad de que una persona residente en Galicia tenga 65 años o más.
1.2. Calcule la probabilidad de que una persona residente en Galicia, sabiendo que no reside en la provincia de Pontevedra, sea residente en la provincia de Ourense.

PREGUNTA 2. ÁLGEBRA. (2 puntos)

Dadas las matrices

$$A=\begin{pmatrix} c & d \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Responda estos dos apartados: 2.1. y 2.2.

2.1. Determine los valores de c y d para que $A \cdot B = B \cdot A$.
2.2. Para $c = 2$ y $d = 0$, despeje la matriz X en la ecuación matricial $B \cdot X - A^t = X$, donde A^t es la matriz traspuesta de A. A continuación, calcule X.

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (3 puntos)
Responda uno de los siguientes apartados: 3.1. o 3.2.
3.1.
CONTEXTO
Todos los años, en las semanas previas a la Navidad, arranca la temporada de la captura de la centolla en Galicia. La apertura de la veda de este crustáceo genera mucha expectación. En una lonja de un municipio costero de Galicia se estima que los datos referentes a las capturas diarias de centolla (en cientos de kilogramos) durante los cinco primeros días de la última campaña vienen dadas por la función

$$C(t) = t^3 - 9t^2 + 24t \quad , \quad 0 \leq t \leq 5$$

en donde la variable t representa el tiempo transcurrido en días.

Responda estos tres apartados: 3.1.1., 3.1.2. y 3.1.3.

3.1.1. Determine los períodos de aumento y disminución de las capturas diarias de centolla. Contextualice las respuestas.
3.1.2. ¿A cuánto ascienden las capturas diarias máximas? ¿En qué momento o momentos se producen? Contextualice las respuestas.
3.1.3. Teniendo en cuenta el modelo anterior, calcule la cantidad total de capturas que se han producido durante los cinco primeros días de la campaña ($\int_0^5 C(t)dt$).

3.2

CONTEXTO

Para ayudar a los inversores, se utilizan diversos modelos matemáticos que estiman el valor de las acciones de las empresas que cotizan en bolsa según el tiempo transcurrido. Si bien no pueden predecir exactamente el futuro, constituyen una herramienta para tomar decisiones y para interpretar datos reales.

El valor de una acción (en euros) de una empresa tecnológica que cotiza en bolsa se estima que viene dado por la función

$$V(t) = \frac{80 - 40t}{t^2 - 4t + 5} + 30 \quad , \qquad t \geq 0$$

en donde t es el tiempo transcurrido en meses desde el momento en el que la acción ha salido a la venta.

Responda estos tres apartados: 3.2.1., 3.2.2. y 3.2.3.

3.2.1. Determine los períodos en los que el valor de la acción ha crecido y en los que ha decrecido. Contextualice las respuestas.

3.2.2. ¿Cuál es el valor máximo que ha alcanzado la acción? ¿Y cuál es el valor mínimo? ¿En qué momentos se producen? Contextualice las respuestas.

3.2.3. Teniendo en cuenta la función utilizada, ¿qué ocurrirá con el valor de la acción con el paso del tiempo? Justifique su respuesta.

PREGUNTA 4. ESTADÍSTICA Y ÁLGEBRA. (3 puntos)

Responda uno de los siguientes dos apartados de Estadística: 4.1. o 4.2. (1,5 puntos)

4.1. El gasto mensual en fotocopias de los alumnos de un instituto sigue una distribución normal con desviación típica igual a 2 euros**.** Obtenga un intervalo de confianza al 95 % para el gasto medio mensual en fotocopias de dichos estudiantes teniendo en cuenta que en una muestra de 36 estudiantes resultó un gasto medio de 13,5 euros.

Nota: Para resolver el apartado anterior puede emplearse alguno de los siguientes valores relacionados con las tablas de la normal estándar:

$P(Z < 0{,}90) = 0{,}816$ *;* $P(Z < 1{,}28) = 0{,}90$; $P(Z > 1{,}645) = 0{,}05$; $P(Z > 1{,}96) = 0{,}025$.

4.2. Sean A y B dos sucesos tales que:

$$P(A) = 0{,}60,\ P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}24 \text{ y } P(B|A) = 0{,}90.$$

Calcule $P(B)$.

Responda uno de los siguientes dos apartados de Álgebra: 4.3. o 4.4. (1,5 puntos)

4.3. Una bodega cuenta con una planta de embotellado en la que embotellan 1300 botellas por hora utilizando tres máquinas: M_1, M_2 y M_3. Se sabe que la máquina M_1 es más rápida que la máquina M_2, ya que embotella un 25 % más de botellas. También se sabe que ayer tuvieron que prescindir de la máquina M_2 por tener una avería, y que utilizando dos horas la máquina M_1 y tres horas la máquina M_3 embotellaron 2030 botellas. Formule el sistema de ecuaciones asociado a este problema y expréselo en forma matricial.

4.4. Considere el sistema de inecuaciones dado por:

$$x \leq 2(y + 1) \qquad y \leq 2(x + 1) \qquad x + y \leq 5$$

Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAU
Convocatoria extraordinaria 2026
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

CÓDIGO 40

1. Se denotamos por C="Residente na Coruña", L="Residente en Lugo", O="Residente en Ourense", P="Residente en Pontevedra" e M="Ter 65 ou máis anos", temos que:

$P(C) = 0{,}415$, $P(L) = 0{,}12$, $P(O) = 0{,}115$, $P(P) = 0{,}35$, $P(M|C) = 0{,}26$, $P(M|L) = 0{,}3$, $P(M|O) = 0{,}32$ e $P(M|P) = 0{,}24$.

1.1 Pídese calcular $P(M)$. Empregando a fórmula da probabilidade total, tendo en conta que C, L, O e P forman unha partición,

$$P(M) = P(C)P(M|C) + P(L)P(M|L) + P(O)P(M|O) + P(P)P(M|P) =$$
$$= 0{,}415 \times 0{,}26 + 0{,}12 \times 0{,}3 + 0{,}115 \times 0{,}32 + 0{,}35 \times 0{,}24 = 0{,}265.$$

1.2 Pídese calcular a probabilidade de que sexa residente na provincia de Ourense sabendo que non é residente na provincia de Pontevedra, é dicir, $P(O|\bar{P})$. A partir da fórmula da probabilidade condicionada,

$$P(O|\bar{P}) = \frac{P(O \cap \bar{P})}{P(\bar{P})} = \frac{P(O)}{1 - P(P)} = \frac{0{,}115}{1 - 0{,}35} = 0{,}177.$$

2. Temos as matrices A e B

$$A = \begin{pmatrix} c & d \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

2.1. Calculamos $A \cdot B$ e $B \cdot A$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} c & d \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d & c \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c & d \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -c & -d \end{pmatrix}$$

Para que $A \cdot B = B \cdot A$, é dicir, para que $\begin{pmatrix} -d & c \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -c & -d \end{pmatrix}$ tería que cumprirse que $c = 1$ e $d = -3$.

2.2. Para $c = 2$ e $d = 0$

$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

$$B \cdot X - A^t = X \Rightarrow B \cdot X - X = A^t \Rightarrow (B - I) \cdot X = A^t \Rightarrow X = (B - I)^{-1} \cdot A^t$$

$B - I = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ $\det(B - I) = 2$

$(B - I)^* = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ $((B - I)^*)^t = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

$$(B - I)^{-1} = \frac{1}{\det(B - I)}((B - I)^*)^t = \begin{pmatrix} -1/2 & -1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

$$X = (B - I)^{-1} \cdot A^t = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3.1. Temos a seguinte función
$C(t) = t^3 - 9t^2 + 24t \qquad 0 \leq t \leq 5$

3.1.1. Se calculamos a derivada, obtemos

$C'(t) = 3t^2 - 18t + 24 \qquad 0 < t < 5$

Polo tanto $C'(t) = 0$ se $t = 2$ ou $t = 4$ polo que $t = 2$ e $t = 4$ son puntos críticos.
Coma en $(0,2)$, $C'(t) > 0 \Rightarrow C$ é crecente en (0,2).
Coma en $(2,4)$, $C'(t) < 0 \Rightarrow C$ é decrecente en (2,4).
Coma en $(4,5)$, $C'(t) > 0 \Rightarrow C$ é crecente en (4,5).

Contextualización: as capturas diarias aumentaron dende o inicio da campaña ata pasados dous días e tamén dende pasados catros días ata pasados cinco días. As capturas diarias diminuíron dende pasados dous días ata pasados catro días dende o inicio da campaña.

3.1.2.
Temos que $C(0) = 0, C(2) = 20,\ C(4) = 16$ e $C(5) = 20$.

Contextualización: as capturas máximas diarias foron de 2000 quilogramos e prodúcense despois de transcorridos dous días e tamén despois de transcorridos cinco días.

3.1.3.

$$\int_0^5 C(t)dt = \int_0^5 (t^3 - 9t^2 + 24t)dt = \left[\frac{1}{4}t^4 - \frac{9}{3}t^3 + \frac{24}{2}t^2\right]_0^5 =$$

$$= \left(\frac{1}{4} \times 5^4 - \frac{9}{3} \times 5^3 + \frac{24}{2} \times 5^2\right) = 81{,}25.$$

As capturas totais correspondentes aos cinco días son 8125 quilogramos.

3.2. Temos a seguinte función

$$V(t) = \frac{80 - 40t}{t^2 - 4t + 5} + 30 \quad , \quad t \geq 0$$

3.2.1. Se calculamos a derivada, obtemos

$$V'(t) = \frac{-40(t^2 - 4t + 5) - (2t - 4)(80 - 40t)}{(t^2 - 4t + 5)^2} = \frac{40t^2 - 160t + 120}{(t^2 - 4t + 5)^2} \quad , \quad t > 0$$

Polo tanto, $V'(t) = 0$ se $40t^2 - 160t + 120 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 3 = 0$, é dicir, se $t = 1$ ou $t = 3$, polo que $t = 1$ e $t = 3$ son puntos críticos.
Coma en $(0,1)$, $V'(t) > 0 \Rightarrow V$ é crecente en (0,1).
Coma en $(1,3)$, $V'(t) < 0 \Rightarrow N$ é decrecente en (1,3).
Coma en $(3, \infty)$, $V'(t) > 0 \Rightarrow V$ é crecente en (3, ∞).

Contextualización: o valor da acción subiu dende que saíu á venda ata transcorrido un mes e tamén dende que transcorren tres meses en adiante. O valor da acción baixou entre que transcorre un mes ata transcorridos tres meses.

3.2.2.
Temos que $V(0) = 46, V(1) = 50$ e $V(3) = 10$.

Contextualización: o valor máximo que acadou a acción foi de 50 euros e produciuse transcorrido un mes. O valor mínimo que acadou a acción foi de 10 euros e produciuse transcorridos tres meses.

3.2.3. $\lim_{t\to\infty} V(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{80-40t}{t^2-4t+5} + 30 = 30$
Contextualización: co paso do tempo o valor da acción irá crecendo aproximándose cada vez máis aos 30 euros.

4.1. $X =$ "Gasto mensual en fotocopias". $X \to N(\mu, \sigma = 2)$

A expresión xeral do intervalo de confianza para μ con nivel de confianza $1-\alpha$ é

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

O nivel de confianza $1-\alpha = 0{,}95$, polo que $\frac{\alpha}{2} = 0{,}025$, entón $z_{0{,}025} = 1{,}96$. Temos que $\bar{x} = 13{,}5$ e $n = 36$. Substituíndo na fórmula do intervalo teríamos o seguinte intervalo

$$\left(13{,}5 - 1{,}96 \times \frac{2}{\sqrt{36}}; 13{,}5 + 1{,}96 \times \frac{2}{\sqrt{36}}\right) = (12{,}85\,;\,14{,}15).$$

4.2. Temos $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}24$, $P(A) = 0{,}6$ e $P(B|A) = 0{,}9$ polo que $P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}76$.

Pídese calcular $P(B)$. Pola fórmula da probabilidade condicionada.

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0{,}9$ polo que e $P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A) = 0{,}9 \times 0{,}6 = 0{,}54$

Empregando a fórmula da probabilidade da unión de dous sucesos, temos que:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0{,}76 = 0{,}6 + P(B) - 0{,}54 \Rightarrow P(B) = 0{,}7$$

4.3. Se denotamos por

X="Número de botellas que embotella M_1 nunha hora",
Y="Número de botellas que embotella M_2 nunha hora", e,
Z=" Número de botellas que embotella M_3 nunha hora".

O sistema de ecuacións asociado é o seguinte:

$$X + Y + Z = 1300 \qquad X = Y + \frac{1}{4}Y \qquad 2X + 3Z = 2030$$

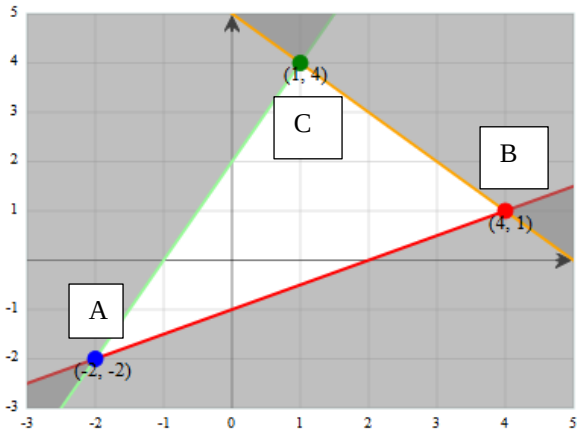
O sistema de ecuacións expresado en forma matricial é:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -5/4 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1300 \\ 0 \\ 2030 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1300 \\ 0 \\ 2030 \end{pmatrix}$$

4.4. Temos as seguintes restricións

$$x \leq 2(y+1) \qquad y \leq 2(x+1) \qquad x + y \leq 5$$

A rexión factible determinada polas restricións ten coma vértices A, B e C.



$$A\colon \left.\begin{matrix} y = 2(x+1) \\ x = 2(y+1) \end{matrix}\right\} A(-2,-2) \qquad B\colon \left.\begin{matrix} x = 2(y+1) \\ x + y = 5 \end{matrix}\right\} B(4,1) \qquad C\colon \left.\begin{matrix} y = 2(x+1) \\ x + y = 5 \end{matrix}\right\} C(1,4)$$