PAU 2027

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXEMPLOS DE PROBLEMAS COMPETENCIAIS

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Exemplo 1.

CONTEXTO

A partir de datos obtidos con máis de 100.000 traballadores, estableceuse que o tempo medio en España da duración do traxecto dende o domicilio ata o posto de traballo é de 36 minutos. Aínda que algunhas persoas aproveitan ditos desprazamentos para escoitar música ou ler, a maioría da poboación considera ditos desprazamentos como unha perda de tempo. Aqueles que empregan medios de transporte privados teñen maior probabilidade de sufrir un accidente, ademais de contribuír ao aumento da contaminación.

Os responsables dunha gran empresa fixeron un estudo sobre os modos de desprazamento dos seus traballadores, chegando á conclusión de que o 60% empregaban medios propios e o 40% restante fan os seus desprazamentos ao traballo en medios de transporte públicos. Para analizar se hai diferencias entre os tempos de desprazamento ata o traballo entre os dous grupos, se elixiron 100 persoas ao azar de cada un deles, medindo os seus tempos de desprazamento. Pódese supoñer que ditos tempos teñen distribución normal coa mesma varianza para os dous grupos. O intervalo de confianza, cun nivel de confianza do 95%, para o tempo medio de desprazamento dos que empregaron transporte privado foi (24,06;29,94). Para os que empregaron medios de transporte público, o tempo medio obtido coa mostra de 100 persoas foi de 24 minutos.

Responda estes tres apartados:

1. Supoñendo que o tempo medio de desprazamento para os traballadores da empresa que empregan medios propios é de 27 minutos, calcule a probabilidade de que un deses empregados tarde máis de 25 minutos en chegar dende o domicilio ata o lugar de traballo.
2. Supoñendo que o tempo medio de desprazamento do persoal que emprega medios públicos é de 25 minutos, se se elixe ao azar un dos traballadores da empresa, cal é a probabilidade de que empregue máis de 25 minutos en chegar dende o domicilio ata o posto de traballo?
3. Sen realizar o cálculo do correspondente intervalo, indique os motivos polo que os intervalos (19,27) e (22,26) non poderían corresponderse coa estimación por intervalo de confianza, cun nivel de confianza do 99%, do tempo medio de desprazamento daqueles empregados que fan os desprazamentos ao traballo en medios de transporte público. Xustifique as respostas.

Nota: Para resolver algúns dos apartados anteriores poden empregarse algúns dos seguintes valores relacionados coas táboas da normal estándar:

$P(|Z| < 1{,}64) = 0{,}90$; $P(Z>-0{,}17)=0{,}5675$; $P(Z<0{,}13)=0{,}5517$; $P(Z > 1{,}96) = 0{,}025$

PAU 2027

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXEMPLOS DE PROBLEMAS COMPETENCIAIS

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Exemplo 2.

CONTEXTO

Os responsables municipais da poboación na que reside levaron a cabo o ano pasado un plan de renovación dos contedores de lixo, instalando novos contedores de recollida selectiva. A súa capacidade variará entre os 1.800 litros para os contedores de materia orgánica e os 2.900 litros para os contedores destinados á recollida de envases lixeiros, papel e cartón, vidro e fracción restante. Os contedores, ademais de contar con sensores intelixentes que medirán o seu volume para optimizar o tráfico de camións, integraranse no mobiliario urbano para reducir o impacto estético. Cando se iniciou o citado plan, tívose en conta que en ocasións son necesarias reparacións ou substitucións por diferentes motivos: desgaste polo uso, rotura por fenómenos meteorolóxicos adversos, actos vandálicos, etc.

Estableceuse que nun mes determinado a probabilidade de reparar ou substituír polo menos dous contedores de papel e cartón é 0,1; ademais, que a probabilidade de reparar ou substituír polo menos dous contedores de envases lixeiros, tendo reparados ou substituídos polo menos dous contedores de papel e cartón, é de 0,4. Sábese que a probabilidade de que nun mes determinado sexa necesario reparar como máximo un contedor de papel e cartón e como máximo un de envases lixeiros é de 0,72.

Responda estes tres apartados:

1. Calcule a probabilidade de que nun mes determinado sexa necesario reparar ou substituír máis dun contedor dos dous tipos considerados no parágrafo anterior.
2. Se se sabe que nun mes foi necesario reparar ou substituír menos de dous contedores de papel e cartón, cal é a probabilidade de que nese mesmo mes sexa necesario reparar ou substituír dous ou máis contedores de envases lixeiros?
3. Sen realizar operacións adicionais, indique se os acontecementos “reparar ou substituír polo menos dous contedores de papel e cartón” e “reparar ou substituír polo menos dous contedores de envases lixeiros” son ou non independentes. Parécelle razoable? Xustifique a resposta.

PAU 2027

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXEMPLOS DE PROBLEMAS COMPETENCIAIS

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Exemplo 3.

CONTEXTO

Nunha facultade dun campus galego, os estudantes para entrar nunha clase da materia Estatística Aplicada deben subir ata o segundo piso. Para subir poden empregar o ascensor ou unha escaleira, aínda que algúns deles, o 5%, deciden ir á cafetería. A clase de Estatística Aplicada é de 11:00 a 12:00, e ás 12:00 moitos deles (o 99% dos matriculados) teñen clase de Física.

A porcentaxe de estudantes que teñen pensado subir polo ascensor para ir a clase é o 50%, mentres que a porcentaxe que dos que empregan as escaleiras é o restante 45%. Sen embargo, algúns estudantes cando van cara o ascensor cambian de idea e deciden ir á cafetería, isto ocorre cunha probabilidade igual a 0,05. Dos que van cara a escaleira, o 15% cambian de idea e deciden non ir a clase para ir á cafetería. Aínda que son menos, o 1% dos estudantes que se dirixían á cafetería deciden finalmente ir a clase, para o que collen unhas escaleiras exteriores polas que tamén poden chegar ao segundo piso.

Responda estes catro apartados:

1. Calcule a probabilidade de que un estudante entre en clase da materia Estatística Aplicada.
2. Calcule a probabilidade de que un estudante dos matriculados na materia Estatística Aplicada atópese na cafetería na hora de clase.
3. Calcule a probabilidade de que un estudante que entre na clase decidira inicialmente ir á cafetería.
4. Razoe o motivo polo que non poden ser incompatibles os sucesos “ter clase de Física ás 12:00” e “ir á cafetería na hora da clase de Estatística Aplicada”?

PAU 2027

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXEMPLOS DE PROBLEMAS COMPETENCIAIS

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Exemplo 4.

CONTEXTO

Segundo información de diversos estudos, mais de 2.000 millóns de persoas viven no mundo con escaseza de auga, situación que posiblemente empeorará nos vindeiros anos, por diversas causas como o incremento da poboación ou problemas derivados do cambio climático. Calculouse, a partir dunha mostra aleatoria, un intervalo de confianza para o consumo medio de auga por día e por persoa na poboación española cun nivel de confianza do 90%, dito intervalo foi igual a (133,142) litros por día. Nunha certa rexión da costa española tensionada polo turismo quérese comprobar se o aumento de poboación no verán repercute sobre o consumo por persoa e día, xa que se pensa que os turistas non están tan concienciados co aforro de auga como a poboación autóctona. Para iso no mes de Agosto escóllese unha mostra aleatoria de 200 persoas que resultan ter un consumo medio de 145 litros. Considere que o consumo de auga segue unha distribución normal con desviación típica igual a 20 litros.

Responda estes tres apartados:

1. Calcule un intervalo de confianza ao 90% para o consumo medio desa rexión no verán. É acertada a suposición do enunciado sobre o consumo de auga dos turistas?
2. Deséxase afinar o dato do consumo estival, calculando un intervalo de lonxitude máis pequeno, que opcións temos para iso?
3. Se se decide considerar a mesma mostra, pero tomando un nivel de confianza do 92%, cal sería a amplitude do intervalo no que se atoparía o consumo medio de litros de auga por persoa e día no verán?

Nota: Para resolver algúns dos apartados anteriores poden empregarse algúns dos seguintes valores relacionados coas táboas da normal estándar:

$P(Z<-1{,}96)=0{,}975$; $P(Z>1{,}64)=0{,}05$; $P(Z>1{,}75)=0{,}04$; $P(Z<1{,}41)=0{,}92$

PAU 2027

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXEMPLOS DE PROBLEMAS COMPETENCIAIS

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Exemplo 5.

CONTEXTO

As últimas rebaixas dos tipos de interese no segundo semestre de 2024 están a provocar que as familias se estean aforrando uns 200 euros ao mes do que viñan pagando ata o de agora nas facturas das súas hipotecas e préstamos. Un aforro que pode supoñer deixar de pagar máis de 2.000 euros ao ano. Con esta situación, as entidades bancarias están a ofrecer condicións moito máis atractivas aos clientes para captalos, xerando unha batalla entre entidades. Nunha delas vanse a presentar novos produtos para ofertar aos seus clientes: Préstamo 24 horas, Préstamo Auto e Préstamo Estuda.

Por política de empresa preténdese conceder un 45% de Préstamos 24 horas, 40% de Préstamos Auto e un 15% de Préstamos Estuda. Ademais, realízase un estudo sobre a falta de pagamentos nestes tres tipos de préstamos resultando sen pagar o 20% dos Préstamos 24 horas, o 30% dos Préstamos Auto e o 25% dos Préstamos Estuda:

Responda estes catro apartados:

1. Seleccionado un préstamo ao azar calcule a probabilidade de que non se pague.
2. Sabendo que non se pagou un préstamo, calcular a probabilidade de que sexa un Préstamo Auto.
3. Se se pagou o préstamo, calcular a probabilidade de que sexa un Préstamo Estuda.
4. Segundo os datos proporcionados polo enunciado, indica dous sucesos relacionados co enunciado que son incompatibles. Xustifica a resposta.

PAU 2027

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXEMPLOS DE PROBLEMAS COMPETENCIAIS

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Exemplo 6.

CONTEXTO

Os fogares con animais domésticos aumentaron considerablemente nos últimos 5 anos, sendo aproximadamente o 49% do total no ano 2024. Unha compañía de seguros líder no mercado quere poñerse ao día na normativa para que os cidadáns que teñan unha mascota contraten un seguro, para cubrir posibles incidencias, sobre todo en caso de cans potencialmente perigosos. Para iso fai unha campaña de publicidade onde se contrasta a posibilidade de que o cliente teña contratado tamén o seguro de fogar. Despois dun tempo, a compañía de seguros afirma que o 60% da poboación do estudo ten contratado un seguro de fogar, o 30% ten contratado un seguro de mascota e un seguro de fogar. Ademais, 3 de cada 5 persoas con seguro de mascota, ten contratado un seguro de fogar.

Responda estes cinco apartados:

1. Calcule a probabilidade de que a poboación teña un seguro de mascota.
2. Calcule a porcentaxe da poboación que teña algún destes dous seguros.
3. Elixida unha persoa ao azar, calcule a probabilidade de ter seguro de mascota e non ter seguro de fogar.
4. Son independentes os sucesos “ter seguro de mascota” e “ter seguro de fogar”?
5. Considérense os sucesos “ter seguro de mascota” e “ter mascota”, sen facer operacións, razoe se estes sucesos poden considerarse independentes”.

PAU 2027

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXEMPLOS DE PROBLEMAS COMPETENCIAIS

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Exemplo 7.

CONTEXTO

As cafeterías universitarias son espazos nos que, ademais de poder consumir alimentos e bebidas, en numerosas ocasións se empregan como puntos de encontro para outros eventos. Segundo os datos recollidos pola dirección da cafetería dunha facultade, o 65% dos seus clientes son estudantes, o 25% persoal da universidade e o 10% restante son persoas alleas á universidade. Co obxectivo de estudar se é necesario realizar modificacións na cafetería, os seus responsables analizaron datos sobre o tempo de espera ata que un cliente foi atendido e sobre a forma de realizar os pagamentos. Pode supoñerse que o tempo de espera ata que un cliente é atendido segue unha distribución aproximadamente normal, con media igual a 5 minutos e de tal modo que o 90% dos clientes son atendidos antes de 8 minutos. Polos datos recollidos, chegaron á conclusión de que o 30% dos estudantes efectúan os pagamentos en efectivo, sendo esta porcentaxe igual ao 70% para o persoal da universidade, mentres que o 80% dos pagamentos realizados por persoas alleas á universidade se fan en efectivo.

Responda estes tres apartados:

1. Cal é a probabilidade de que un cliente sexa atendido antes de 4 minutos?
2. Calcular a probabilidade de que un pagamento nesta cafetería non fose realizado en efectivo.
3. Se un pago se fixo en efectivo, que é máis probable, que fose realizado por estudantes ou por persoal da universidade?

Nota: Para resolver algúns dos apartados anteriores poden empregarse algúns dos seguintes valores relacionados coas táboas da normal estándar:

$P(Z<-1,28)=0,1$; $P(Z>1,64) = 0,05$; $P(Z<0,43)=0,6664$; $P(Z<1,41)=0,92$

PAU 2027

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXEMPLOS DE PROBLEMAS COMPETENCIAIS

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Exemplo 8.

CONTEXTO

Nos últimos anos, hai unha tendencia que segue en aumento: empregar calzado deportivo non unicamente para realizar actividade física, senón como calzado de uso diario. Os motivos principais son a súa versatilidade e comodidade, xa que poden combinarse con case calquera vestimenta ao mesmo tempo que permiten realizar movementos naturais. Antón é un apaixonado deste tipo de calzado, do que ten 60 pares, gardando cada par na súa correspondente caixa. O 80% son zapatillas tradicionais e o 20% zapatillas de deseño. Entre as zapatillas de deseño, o 75% están en bo estado, pero só o 50% das zapatillas tradicionais están en bo estado. Un día que se ergueu co tempo xusto, para non chegar tarde ao traballo, colleu ao azar unha caixa e calzou as zapatillas desa caixa.

Responda estes tres apartados:

1. Cal é a probabilidade de que Antón vaia calzado con zapatillas tradicionais ou zapatillas en bo estado?
2. Ao saír do traballo, Antón decide ir ao cine con dous amigos. Antón non quere levar calzadas zapatillas que non estean en bo estado nin zapatillas tradicionais, cal sería a probabilidade de que non teña que pasar pola súa casa a cambiar as zapatillas?
3. Antón ten 8 pares de zapatillas tradicionais de cor branca. Sabendo que se se escolle ao azar unha caixa das súas zapatillas os sucesos “ser brancas” e “ser de deseño” son sucesos independentes, cantos pares de zapatillas brancas de deseño ten Antón?

PAU 2027

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXEMPLOS DE PROBLEMAS COMPETENCIAIS

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Exemplo 9.

CONTEXTO

Na actualidade, existen varias empresas de cosméticos orientadas cara ao público xuvenil que elaboran cremas para a pel. Unha empresa quere comercializar unha nova crema para reducir os brotes de acne, para o que contratou os servizos dunha compañía de publicidade. Os publicistas propoñen lanzar unha primeira campaña empregando anuncios en prensa escrita e buzoneo. Unha vez finalizada esta primeira campaña, se a probabilidade de que a nova crema sexa coñecida entre o público xuvenil é menor que 0,6, pasarán a unha segunda campaña colocando carteis luminosos en lugares estratéxicos. Despois de analizar os datos da primeira campaña, chegaron ás seguintes conclusións: a probabilidade de que o público xuvenil coñeza a nova crema polos anuncios en prensa escrita é 0,3 e a probabilidade de que sexa coñecida por buzoneo é 0,4. Pode supoñerse que son independentes os sucesos "coñecer a nova crema por prensa escrita" e "coñecer a nova crema por buzoneo".

Responda estes tres apartados:

1. Lanzará a empresa a segunda campaña de publicidade?
2. Supoña que a empresa decidiu empregar carteis luminosos. Dos que coñecen a nova crema por buzoneo o 25% tamén a coñecen polos carteis luminosos, e entre os que coñecen a nova crema polos carteis luminosos, o 20% tamén a coñecen por buzoneo. Dos tres medios empregados (prensa escrita, buzoneo e carteis luminosos), cal foi o que tivo maior impacto para que a nova crema sexa coñecida?
3. Son incompatibles os sucesos "coñecer a nova crema por prensa escrita" e "coñecer a nova crema por buzoneo"?

PAU 2027

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXEMPLOS DE PROBLEMAS COMPETENCIAIS

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Exemplo 10.

CONTEXTO

Unha consultaría técnica, líder en promover a paridade entre os seus enxeñeiros, afronta os seus plans de expansión tendo en conta o seu principio fundacional de que a porcentaxe de mulleres en todos os seus departamentos debe ser de polo menos o 40%.

Na actualidade o seu departamento de proxectos está integrado por 10 mulleres e 14 homes. Desexa contratar a un enxeñeiro ou enxeñeira dunha lista de candidatos na que hai 2 mulleres e 3 homes, que en diante denominaremos MM_1, MM_2, HH_1, HH_2 e HH_3. Todos eles foron baremados con respecto aos méritos que presentan de forma que as probabilidades de que sexan contratados son as da seguinte táboa:

M_1	H_1	M_2	H_2	H_3
1/5	1/10	3/10	1/5	1/5

Definimos os seguintes sucesos:

C_1 = "A nova contratación é unha muller".

C_2 = "A nova contratación é un home".

Responda estes tres apartados:

1. Mantería a empresa o seu principio fundacional coa nova contratación?
2. Calcule a porcentaxe esperada de mulleres no departamento de proxectos unha vez feita a nova contratación.
3. O Goberno incentiva a contratación de mulleres enxeñeiras con rebaixas fiscais á empresa contratante se a porcentaxe de mulleres nos distintos departamentos da empresa é de polo menos o 45%. Sería posible acceder ás rebaixas fiscais se as probabilidades de contratación de cada un dos candidatos son as seguintes?:

M_1	H_1	M_2	H_2	H_3
x	y	x	y	y

Xustifique a súa resposta.

PAU 2027

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXEMPLOS DE PROBLEMAS COMPETENCIAIS

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

Exemplo 11.

CONTEXTO

A crise climática non vai parar, e a comunidade internacional rexeita o compromiso necesario para revertela. O período comprendido entre 2010 e 2019 foi a década máis cálida que se ten rexistrada, provocando incendios forestais, furacáns, secas, inundacións e outros grandes desastres naturais a todos os continentes. A nosa Comunidade Autónoma sofre numerosos incendios ao longo do ano. Queremos analizar diferentes propostas que nos axuden a combatelas e tentar minimizar o seu impacto no medio ambiente.

Para extinguir ou mitigar o lume emprégase auga transportada en avións anfibios, de distintos modelos. O avión anfibio tipo 2 (ALFA) ten unha capacidade de 2.000 litros de auga, e o modelo máis empregado é o Air Tractor AT-802FB. Tamén empregan avións anfibio tipo 1 (FOCA), tanto os Canadair CL-215T como os Bombardier 415, con capacidades de 5.000 e 6.000 litros, respectivamente.

Por datos recollidos de varios anos, pódese afirmar que os bombeiros/as conseguen apagar en menos de dous días o 80 % dos lumes que afectan a máis dunha hectárea. Nun mes no que se produciron 150 lumes de máis dunha hectárea en Galicia.

Responda estes catro apartados:

1. Calcule o valor esperado e a desviación típica do número de lumes de máis dunha hectárea que nese mes os/as bombeiros/as consigan apagar en menos de dous días.
2. Calcule a probabilidade de que nese mes os/as bombeiros/as consigan apagar entre 115 e 125 (ambos os dous incluídos) lumes de máis dunha hectárea en menos de dous días.
3. Considere os sucesos A=”Empregar avións tipo 2”, B=”Empregar avións tipo 1” e C=”Empregar avións tipo 1 e tipo 2”. Escriba a relación entre os sucesos A, B e C. Escriba o valor da probabilidade do suceso C en función da probabilidade dos sucesos A e B no caso de que A e B sexan independentes. Escriba o valor da probabilidade do suceso C en función da probabilidade dos sucesos A e B no caso de que A e B sexan incompatibles.
4. Proporcione unha interpretación do que quere dicir que os sucesos A e B do apartado anterior sexan incompatibles. Proporcione unha interpretación do que quere dicir que os sucesos A e B do apartado anterior sexan independentes.

Nota: Para resolver algúns dos apartados anteriores poden empregarse algúns dos seguintes valores relacionados coas táboas da normal estándar:

$P(|Z| < 0,5) = 0,383$; $P(Z<1,12) = 0,8686$; $P(Z<-1,02) = 0,1539$