

O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria, puntuadas cada unha con 2,5 puntos**: a primeira sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA E PROBABILIDADE. (2,5 puntos)

CONTEXTO

Os responsables municipais da poboación na que reside levaron a cabo o ano pasado un plan de renovación dos recipientes de lixo, instalando novos recipientes de recollida selectiva. A súa capacidade variará entre os 1.800 litros para os envases de materia orgánica e os 2.900 litros para os envases destinados á recollida de envases lixeiros, papel e cartón, vidro e fracción restante. Os recipientes, ademais de contar con sensores intelixentes que medirán o seu volume para optimizar o tráfico de camións, integraranse no mobiliario urbano para reducir o impacto estético. Cando se iniciou o citado plan, tívose en conta que en ocasións son necesarias reparacións ou substitucións por diferentes motivos: desgaste polo uso, rotura por fenómenos meteorolóxicos adversos, actos vandálicos, etc.

Estableceuse que nun mes determinado a probabilidade de reparar ou substituír polo menos dous recipientes de papel e cartón é 0,1; ademais, que a probabilidade de reparar ou substituír polo menos dous recipientes de envases lixeiros, sendo reparados ou substituídos polo menos dous envases de papel e cartón, é de 0,4. Sábese que a probabilidade de que nun mes determinado sexa necesario reparar como máximo un recipiente de papel e cartón e como máximo un de envases lixeiros é de 0,72.

Responda estes tres apartados: 1.1., 1.2. e 1.3.

1.1. Calcule a probabilidade de que nun mes determinado sexa necesario reparar ou substituír máis dun recipiente dos dous tipos considerados no parágrafo anterior. **(1 punto)**

1.2. Se é necesario reparar ou substituír menos de dous recipientes de papel e cartón nun mes determinado, cal é a probabilidade de que sexa necesario reparar ou substituír dous ou máis recipientes de envases lixeiros? **(1 punto)**

1.3. Sen realizar operacións adicionais, indique se os acontecementos “reparar ou substituír polo menos dous recipientes de papel e cartón” e “reparar ou substituír polo menos dous recipientes de envases lixeiros” son ou non independentes. Parécelle razoable? Xustifique a resposta. **(0,5 puntos)**

PREGUNTA 2. ÁLXEBRA. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Para dúas matrices A e B verifícase que

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } 2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

2.1.1. Calcule as matrices A e B. **(1,25 puntos)**

2.1.2. Despexe a matriz X na ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ e calcule o seu valor. **(1,25 puntos)**

2.2. Responda os dous subapartados seguintes:

2.2.1. Represente graficamente a rexión factible determinada polo sistema de inecuacións dado por:

$$x + 2y \leq 40$$

$$x + y \geq 5$$

$$3x + y \leq 45$$

$$x \geq 0$$

e calcule os seus vértices. **(1,75 puntos)**

2.2.2. Calcule o punto ou puntos da rexión definida no subapartado anterior onde a función $f(x,y) = 2x - 3y$ alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo. **(0,75 puntos)**

PREGUNTA 3. ANÁLISE. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 3.1. ou 3.2.

3.1. O número de exemplares vendidos dunha revista (en miles de unidades), nos primeiros cinco meses do ano, vén dado pola función

$$N(t) = \begin{cases} 8 - t(t-2) & , 0 \leq t \leq 3 \\ 2t - 1 & , 3 < t \leq 5 \end{cases}$$

onde t é o tempo transcorrido en meses. Responda os tres subapartados seguintes:

3.1.1. Estude o crecemento e decrecemento do número de exemplares vendidos. **(1 punto)**

3.1.2. Calcule en que momentos prodúcese o máximo e o mínimo número de vendas e a canto ascenden. **(0,75 puntos)**

3.1.3. Represente a gráfica da función $N(t)$. **(0,75 puntos)**

3.2. Considérese a función $f(x) = ax^3 - 2x^2 + bx + c$ onde a , b e c son números reais:

3.2.1. Calcule a , b e c sabendo que a función $f(x)$ pasa por $(2,8)$ e que ten un extremo relativo en $(0,16)$. **(1,25 puntos)**

3.2.2. Para $a=b=0$ e $c=16$, calcule a área da rexión limitada pola función $f(x)$ e a recta $y=8$. **(1,25 puntos)**

PREGUNTA 4. ESTADÍSTICA E PROBABILIDADE. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.

4.1. Estímase que, nunha poboación, o 20% padece obesidade e que o 11% padece obesidade e son hipertensos. Ademais, o 27,5% dos hipertensos padecen obesidade.

4.1.1. Que porcentaxe da poboación padece obesidade ou é hipertenso? **(2 puntos)**

4.1.2. Son incompatibles os acontecementos "padecer obesidade" e "ser hipertenso"? Xustifique a súa resposta. **(0,5 puntos)**

4.2. O tempo de formación, en horas, que precisa un empregado dunha empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución normal con desviación típica igual a 15 horas.

4.2.1. Se, nunha mostra de 25 empregados, o tempo medio precisado foi de 97 horas, calcule un intervalo de confianza cun 95% de confianza para a media do tempo de formación precisado. **(1,25 puntos)**

4.2.2. Se a media do tempo de formación precisado é de 97 horas, cal é a probabilidade de que o tempo medio precisado de mostras de 36 traballadores se encontre entre 90 e 104 horas? **(1,25 puntos)**