FÍSICA DO SÉCULO XX

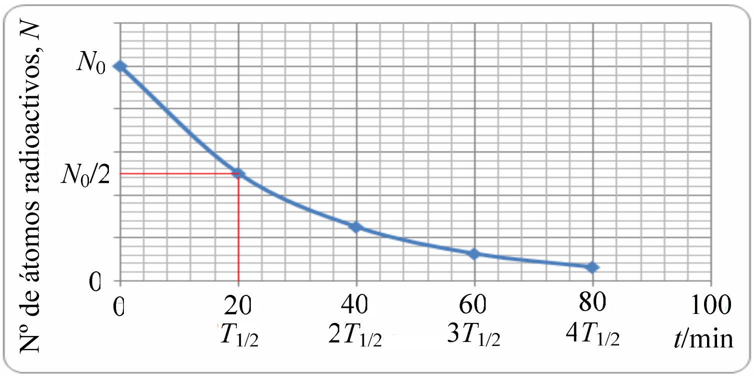
FÍSICA NUCLEAR. PROBLEMAS

1. Un detector de radioactividade mide unha velocidade de desintegración de 125 núcleos·min^{-1}. Sabemos que o tempo de semidesintegración é de 20 min. Calcula:
a) A constante de desintegración.
b) A velocidade de desintegración unha hora despois.
c) Representa graficamente cómo varía o número de núcleos co tempo (en intervalos de 20 min) durante os primeiros 80 min.

a) $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \rightarrow \lambda = \dfrac{0{,}693}{20} \rightarrow \lambda = 3{,}47 \cdot 10^{-2}\ \text{min}^{-1}$

b) Por outra parte: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow A = 125 \cdot e^{-3{,}47 \cdot 10^{-2} \cdot 60} \rightarrow \boxed{A = 15{,}6\ \text{núcleos} \cdot \text{min}^{-1}}$

c) Aplicando a lei da desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, e tendo en conta que o período de semidesintegración é de 20 min, a gráfica sería a seguinte:



2. Unha mostra dun material radioactivo ten $3·10^{24}$ átomos.
a) Se en tres anos reduce o seu número á metade, canto vale a constante de desintegración de dito conxunto de átomos?
b) Calcula o número de átomos que quedará en trinta anos.
c) Canto tempo tardará en desintegrarse o 90 % dos átomos iniciais?

a) Segundo os datos do problema, en tres anos queda a metade de átomos, logo ese é o tempo do período de semidesintegración $T_{1/2}$.

Polo que: $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \rightarrow \lambda = \frac{0{,}693}{3} \rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}231 \text{ anos}^{-1}}$

b) Segundo a lei de desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$:

$N_{30} = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow N_{30} = 3 \cdot 10^{24} \cdot e^{-0{,}231 \cdot 30} \rightarrow \boxed{N_{30} = 3{,}02 \cdot 10^{21} \text{ átomos}}$

c) Aplicando a lei da desintegración radioactiva, e tendo en conta que cando se desintegra o 90 % o número de núcleos presentes e o 10 %: $N = 0{,}1 \cdot N_0$, resulta:

$0{,}1 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow 0{,}1 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-0{,}231 \cdot t} \rightarrow \ln 0{,}1 = -0{,}231\, t \rightarrow \boxed{t = 10 \text{ anos}}$

3. Nun determinado momento calculamos a existencia de $1,15 \cdot 10^{14}$ núcleos radioactivos nunha mostra e, dez días despois, contabilizamos $2 \cdot 10^{13}$ núcleos. Calcula
a) O tempo de semidesintegración do elemento.
b) Canto tempo tardará a mostra en reducirse á quinta parte?
c) Cal é a actividade da mostra ó cabo de 5 días?

a) Substituíndo na lei de desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, calculamos a constante de desintegración, λ:

$$2 \cdot 10^{13} = 1,15 \cdot 10^{14} \cdot e^{-\lambda \cdot 10} \rightarrow \lambda = 0,175 \text{ días}^{-1}$$

e como $T_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$: $\quad T_{1/2} = \dfrac{0,693}{0,175} \rightarrow \boxed{T_{1/2} = 3,960 \text{ días}}$

b) Aplicamos novamente a lei de desintegración radioactiva cando $N = N_0/5$:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow \frac{N_0}{5} = N_0 \cdot e^{-0,175 \cdot t} \rightarrow \ln \frac{1}{5} = -0,175 \cdot t \rightarrow \boxed{t = 9,2 \text{ días}}$$

c) A actividade A da mostra o cabo de 5 días:

$$A = \lambda \cdot N = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow A = 0,175 \cdot 1,15 \cdot 10^{14} \cdot e^{-0,175 \cdot 5} \rightarrow \boxed{A = 8,4 \cdot 10^{12} \text{ desintegracións/día}}$$

4. O tempo de semidesintegración do elemento radioactivo ^{238}X é 28 anos. Dito elemento desintégrase emitindo partículas α.
a) Calcula o tempo que tarda a mostra en reducirse ó 90 % da orixinal.
b) Cal será a actividade da mostra no momento no que se forman 10 núcleos de He-4 por segundo.
c) Calcula a masa necesaria para formar 10 núcleos de He por segundo. Dato: N_A = 6,02·10^{23} partículas·mol^{-1}.

a) $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \rightarrow \lambda = \dfrac{0{,}693}{28} \rightarrow \lambda = 2{,}48 \cdot 10^{-2}\ \text{anos}^{-1}$

Aplicando $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ para calcular o tempo no que N = 0,9·N_0 resulta:

$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow 0{,}9\, N_0 = N_0 \cdot e^{-2{,}48 \cdot 10^{-2} \cdot t} \rightarrow \boxed{t = 4{,}3\ \text{anos}}$

b) Se se forman 10 núcleos de He-4 cada segundo é porque se desintegran 10 núcleos de ^{238}X cada segundo, é dicir, a unha taxa de: $10 \dfrac{\text{desint}}{\text{s}} = 3{,}15 \cdot 10^{8}\ \text{desint} \cdot \text{ano}^{-1}$. Polo tanto, a actividade da mostra nese instante será: $A = \lambda \cdot N \rightarrow \boxed{A = 3{,}15 \cdot 10^{8}\ \text{desintegracións} \cdot \text{ano}^{-1} = 10\ \text{Bq}}$

c) Cos datos de que dispoñemos, a partir da expresión $A = \lambda\, N$, calculamos N:

$A = \lambda \cdot N \rightarrow N = \dfrac{A}{\lambda} \rightarrow N = \dfrac{3{,}15 \cdot 10^{8}}{2{,}48 \cdot 10^{-2}} \rightarrow N = 1{,}27 \cdot 10^{10}$ átomos

Como un mol de núcleos de ^{238}X (6,02·10^{23}) equivale a unha masa de 238 g, precisaranse:

$m = \dfrac{238 \cdot 1{,}27 \cdot 10^{10}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} \rightarrow \boxed{m = 5{,}02 \cdot 10^{-12}\ \text{g de}\ ^{238}\text{X}}$

5. Dispoñemos dunha mostra de ${}^{227}_{86}\mathrm{Rn}$:

a) Canto tempo tarda unha mostra de 10 g de Rn en reducirse a 1 g?
b) Se a masa actual dunha mostra de Radon é 1g, cal será a súa masa dentro de 100 anos?
c) Define enerxía de enlace nuclear e calcula a enerxía de enlace por nucleón para o radon-222.
Datos: Tempo de semidesintegración do Rn = 1600 anos; $m_{\text{protón}}$ =1,0073 u; $m_{\text{neutrón}}$ = 1,0087 u; A_r(Rn) = 222,0176; c = 3,00·10⁸ m/s; 1 u = 1,66·10⁻²⁷ kg.

a) Determinamos primeiro o valor da constante de desintegración a partires do tempo de semidesintegración: $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \rightarrow \lambda = \frac{0,693}{1600} \rightarrow \lambda = 4,33 \cdot 10^{-4}\ \text{anos}^{-1} = 1,37 \cdot 10^{-11}\ \text{s}^{-1}$

A partir da lei da desintegración radioactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow m = m_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow 1 = 10 \cdot e^{-4,33 \cdot 104 \cdot t} \rightarrow \boxed{t = 5,32 \cdot 10^3\ \text{anos}}$$

b) Aplicando a lei de desintegración radioactiva en termos de masa:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow m = 1 \cdot e^{-4,33 \cdot 10^{-4} \cdot 100} \rightarrow \boxed{m = 0,96\ \text{g}}$$

c) Pode definirse a **enerxía de enlace nuclear**, ΔE, como a enerxía liberada cando se unen os nucleóns (protóns e neutróns) para formar o núcleo. Tamén pode definirse como a enerxía mínima necesaria que hai que subministrar a un núcleo para descompoñelo nos seus nucleóns.

Determinamos a enerxía de enlace a partires da ecuación: $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$.

O ${}^{227}_{86}\mathrm{Rn}$ ten 86 protóns (Z = 86) e 136 neutróns ($N = A - Z$ = 222 – 86), polo que:

$$\Delta m = \left(86 \cdot m_p + 136 \cdot m_n\right) - m_{\text{Rn}} = \left(86 \cdot 1,0073 + 136 \cdot 1,0087\right) - 222,0176 = 1,7934\ \text{u}$$

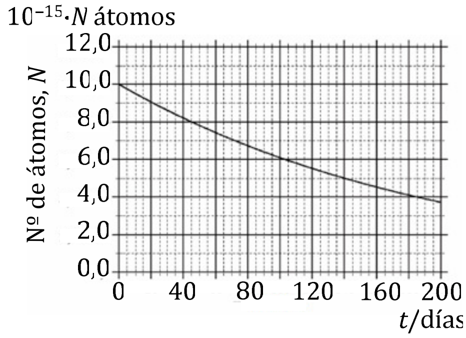
$$1,7934\ \text{u} \cdot \frac{1,66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \text{u}} = 2,9770 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 2,9770 \cdot 10^{-27} \cdot \left(3 \cdot 10^8\right)^2 = 2,6793 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

A enerxía de enlace por nucleón será:

$$\frac{\Delta E}{Z} = \frac{2,6793 \cdot 10^{-10}}{222} \rightarrow \boxed{\frac{\Delta E}{Z} = 1,2069 \cdot 10^{-12}\ \text{J} \cdot \text{nucleón}^{-1}}$$

6. No seguinte gráfico obsérvase o comportamento dunha mostra dun isótopo radioactivo durante 200 días.
a) Determina o tempo de semidesintegración do isótopo.
b) Cantos átomos quedarán despois de tres tempos de semidesintegración?
c) Sospeitase que se trata do polonio 210 (Z = 84), un elemento emisor de radiación alfa. Escribe a reacción nuclear de emisión deste isótopo.
Datos: $_{80}$Hg; $_{82}$Tl; $_{83}$Bi; $_{84}$Po; $_{85}$At; $_{86}$Rn



a) Na gráfica obsérvase que a mostra inicial ($1{,}0\cdot10^{16}$ átomos) redúcese á metade ($5{,}0\cdot10^{15}$ átomos) en 140 días, polo que o $T_{1/2}$ será de $\boxed{\text{140 días}}$.

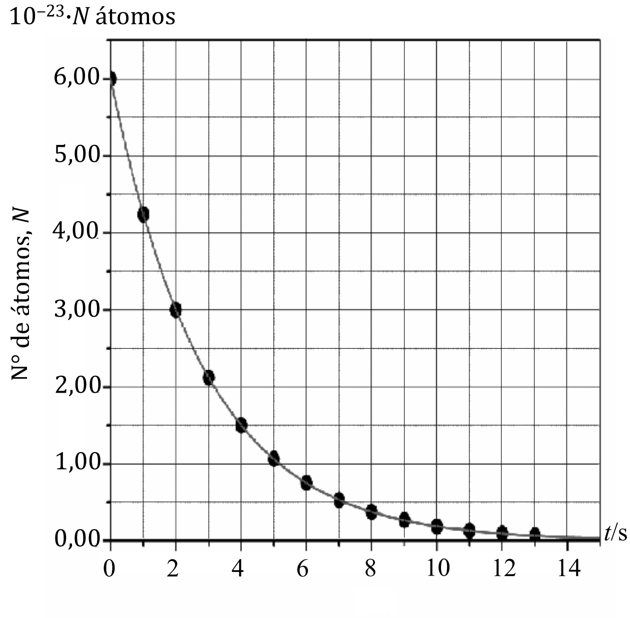
b) A partir da lei da desintegración radioactiva $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ podemos determinar o número de átomos que quedan sen desintegrar despois de 3 tempos de semidesintegración (420 días). Para iso temos que determinar previamente o valor da constante de desintegración.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \;\rightarrow\; \lambda = \frac{0{,}693}{140} \;\rightarrow\; \lambda = 4{,}95\cdot10^{-3}\ \text{días}^{-1}$$

$$N_{3T_{1/2}} = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \;\rightarrow\; N_{3T_{1/2}} = 1{,}0\cdot10^{16}\cdot e^{-4{,}95\cdot10^{-3}\cdot420} \;\rightarrow\; \boxed{N_{3T_{1/2}} = 1{,}25\cdot10^{15}\ \text{átomos}}$$

c) A reacción será: ${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{210-4}_{84-2}\text{X}$, da que obtemos que: Z = 82 e A = 206, polo que o átomo resultante será ${}^{206}_{82}\text{Tl}$ e a reacción completa será: $\boxed{{}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{206}_{82}\text{X}}$

7. Para analizar o proceso de desintegración radioactiva dunha mostra que inicialmente tiña $6{,}00 \cdot 10^{23}$ núcleos, mídese en intervalos de 1 s o número de átomos que aínda non se desintegraron, obténdose a gráfica que se axunta.
a) Cal é o tempo de semidesintegración da mostra?
b) Qué porcentaxe de átomos da mostra inicial se desintegrarán en 15 s?
c) Canto tempo terá que pasar para que se desintegre o 90 % da mostra inicial?



a) Na gráfica obsérvase que o tempo que a mostra radioactiva tarda en reducirse á metade é de 2 segundos, polo que este é o seu período de semidesintegración, $T_{1/2}$: $\boxed{T_{1/2} = 2\text{ s}}$.

b) A partir da lei da desintegración radioactiva $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ podemos determinar o número de átomos desintegrados en 15 s. Para iso temos que determinar previamente o valor da constante radioactiva, λ.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{0{,}693}{2} \quad \rightarrow \quad \lambda = 3{,}47 \cdot 10^{-1}\text{ s}^{-1}$$

$$N_{15\text{s}} = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow N_{15\text{s}} = 6{,}00 \cdot 10^{23} \cdot e^{-3{,}47 \cdot 10^{-1} \cdot 15} \rightarrow N_{15\text{s}} = 3{,}29 \cdot 10^{21} \text{ átomos que quedan sen desintegrar}.$$

O número n de átomos desintegrados en 15 s é: $n = 6{,}00 \cdot 10^{23} - 3{,}29 \cdot 10^{21} = 5{,}97 \cdot 10^{23}$, que representa o $\boxed{99{,}5\,\%\text{ da mostra inicial}}$.

c) Cando se desintegra o 90 %, a porcentaxe que queda sen desintegrar é o 10 % e o tempo que hai de transcorrer calcúlase doa lei de desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$:

$$\frac{10}{100} N_0 = N_0 \cdot e^{-3{,}47 \cdot 10^{-1} \cdot t} \rightarrow \boxed{t = 6{,}6\text{ s}}$$

8. O tritio é un isótopo radioactivo do hidróxeno con dous neutróns e un protón. Pode obterse de xeito natural na atmosfera pola desintegración dun átomo de $^{14}_{17}\mathrm{N}$, segundo a reacción: $^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{y}_{x}? \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{3}_{1}\mathrm{H}$. Tamén pode obterse en reactores nucleares segundo a reacción: $^{i}_{j}\mathrm{Li} + {}^{y}_{x}? \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{1}\mathrm{H}$.

a) Determina os valores de *x*, *y*, *i*, *j* e completa as reaccións nucleares.
b) O tempo de semidesintegración do tritio é de aproximadamente 12,5 anos. Elabora unha gráfica que mostre como evolucionaría unha masa inicial de 120 g de tritio durante 60 anos.
c) Canto tempo tardaría en desintegrarse o 98 % da masa inicial de tritio?

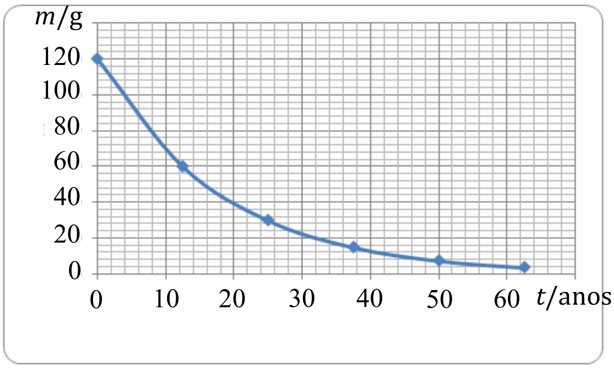
a) Aplicando as leis de Soddy e Fajans e tendo en conta a conservación de *A* e *Z* nas reaccións nucleares, podemos obter os valores de *x*, *y*, *i*, *j*.

$$14 + y = 12 + 3 \rightarrow y = 1$$
$$7 + x = 6 + 1 \rightarrow x = 0$$
$$i + y = 4 + 3 \rightarrow i = 6$$
$$j + x = 2 + 1 \rightarrow j = 3$$

As reacción nucleares quedarían:

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{3}_{1}\mathrm{H}$$
$$^{6}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{1}\mathrm{H}$$

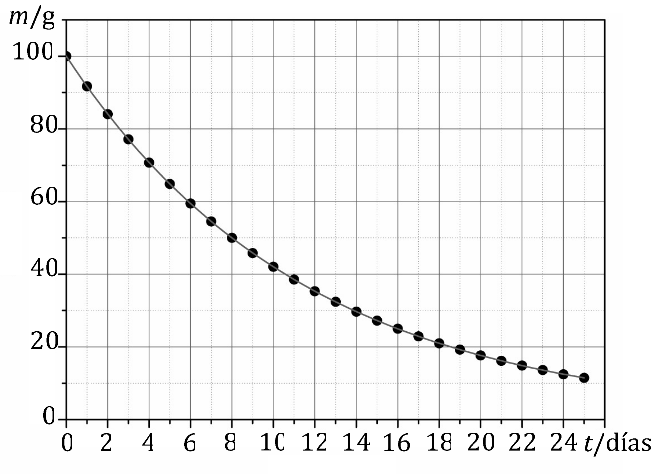
b) A gráfica sería a que aparece na figura adxunta.



c) Cando se desintegra o 98 %, a porcentaxe que queda sen desintegrar é o 2 % e o tempo que hai de transcorrer calcúlase coa lei de desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$:

$$\left.\begin{array}{l} N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \\ N = \dfrac{2}{100} N_0 \\ \lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \rightarrow \lambda = \dfrac{0{,}693}{12{,}5\ \text{anos}} \rightarrow \lambda = 5{,}54 \cdot 10^{-2}\ \text{anos}^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{2}{100} N_0 = N_0 \cdot e^{-5{,}54\cdot 10^{-2}\cdot t} \rightarrow \boxed{t = 70{,}6\ \text{anos}}$$

9. A gráfica representa cómo varía a masa $^{131}_{53}I$ co tempo:
a) Determina, a partir dos datos da gráfica, a constante de desintegración dese isótopo.
b) Qué cantidade quedará sen desintegrar despois de 50 días?
c) O I-131 emite unha partícula beta(–) ó desintegrarse, transformándose nun ión positivo de xenon-131. Escribe a reacción correspondente e calcula a enerxía liberada ó desintegrarse un átomo de iodo-131.
Datos: A_r(I-131) =130,906125; A_r (Xe^+-131) = 130,904533; $m_{electrón}$ = $5,486·10^{-4}$ u; 1 u = $1,66·10^{-27}$ kg; c = $3,00·10^8$ m·s^{-1}.



a) Na gráfica obsérvase que o tempo que tarda en reducirse a mostra inicial á metade é de 8 días, polo que o $T_{1/2}$ será de 8 días. A partir deste dato determinamos o valor da constante de desintegración:

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \rightarrow \lambda=\frac{0,693}{8\text{ días}} \rightarrow \boxed{\lambda=8,66\cdot10^{-2}\text{ días}^{-1}}$$

b) A partir da lei da desintegración radioactiva $N=N_0\cdot e^{-\lambda t}$, e tendo en conta que o número de átomos é proporcional á masa, podemos determinar a cantidade que quedará sen desintegrar ó cabo de 50 días.

$$m=m_0\cdot e^{-\lambda t} \rightarrow m=100\cdot e^{-8,66\cdot10^{-2}\cdot50} \rightarrow \boxed{m=1,32\text{ g}}$$

c) $\boxed{^{131}_{53}\text{I} \rightarrow\, ^{131}_{54}\text{Xe}^+ +\, ^{0}_{-1}\beta}$

A enerxía liberada na desintegración do I-131 procederá da diferenza de masa, Δm, entre produtos e reactivos segundo a expresión: $\Delta E=\Delta m\cdot c^2$.

$$\Delta m=\left(A_{^{131}\text{I}}-53\,m_{e^-}\right)-\left[\left(A_{^{131}\text{Xe}^+}-54\,m_{e^-}\right)+m_\beta\right]=A_{^{131}\text{I}}-A_{^{131}\text{Xe}^+}$$

$$\Delta m=130,906125-130,904533=1,592\cdot10^{-3}\text{ u}$$

$$1,592\cdot10^{-3}\text{ u}\cdot\frac{1,66\cdot10^{-27}\text{ kg}}{1\text{ u}}=2,643\cdot10^{-30}\text{ kg}$$

$$\Delta E=\Delta m\cdot c^2=2,643\cdot10^{-30}\cdot\left(3\cdot10^8\right)^2 \rightarrow \boxed{\Delta E=2,379\cdot10^{-13}\text{ J}\cdot\text{átomo}^{-1}}$$

10. A técnica de diagnóstico a partires da imaxe que se obtén mediante tomografía por emisión de positróns (*PET, positrón emission tomography*) está baseada nun fenómeno de aniquilación entre materia e antimateria. Os positróns que se emiten proveñen de núcleos de flúor ${}^{18}_{9}\mathrm{F}$, que se lle inxectan ó paciente e aniquílanse ó entrar en contacto cos electróns dos tecidos. Como resultado de cada unha destas aniquilacións obtense fotóns, a partir dos cales se forma a imaxe.
A desintegración dun núcleo de flúor pode expresarse como: ${}^{18}_{9}\mathrm{F} \rightarrow {}^{x}_{8}\mathrm{O} + {}^{y}_{z}e^{+} + {}^{0}_{0}\nu$
a) Completa a reacción nuclear anterior e xustifica os valores de x, y e z.
b) A constante de desintegración deste isótopo de F é $6{,}31 \cdot 10^{-3}$ s^{-1}. Calcula o tempo de semidesintegracion e o tempo que debe pasar para que quede unha décima parte da cantidade inicial de ^{18}F.
c) Qué porcentaxe de isótopos quedarán ó cabo de 30 s? Razoa se sería posible almacenar durante moito tempo este radiofármaco e xustifica por qué.

a) Aplicando as leis de Soddy e Fajans, e tendo en conta a conservación de Z e A, e que a partícula ${}^{y}_{z}e^{+}$ é un positrón (antielectrón: z = +1 e y = 0) resulta:
$18 = x + 0 \quad \rightarrow \quad x = 18$
$$\boxed{{}^{18}_{9}\mathrm{F} \rightarrow {}^{18}_{8}\mathrm{O} + {}^{0}_{1}e^{+} + {}^{0}_{0}\nu}$$

b) Dado que a constante de desintegración é $6{,}31 \cdot 10^{-3}$ s^{-1}, o tempo de semidesintegración será:
$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}: \qquad T_{1/2} = \frac{0{,}693}{6{,}31 \cdot 10^{-3}} \quad \rightarrow \quad \boxed{T_{1/2} = 110\,\mathrm{s}}$$
Aplicando a lei da desintegración radioactiva calculamos o tempo en que a mostra pasa a ser o 10 % da inicial
$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow t = -\frac{\ln(N/N_0)}{\lambda} \rightarrow t = -\frac{\ln(0{,}1)}{6{,}31 \cdot 10^{-3}} \rightarrow \boxed{t = 365\,\mathrm{s}}$$

c) A porcentaxe de isótopos ó cabo de 30 s será: $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-6{,}31 \cdot 10^{-3} \cdot 30} \rightarrow \frac{N}{N_0} = 0{,}83 \rightarrow \boxed{\frac{N}{N_0} = 0{,}83\,\%}$

Dado que a actividade radioactiva é moi elevada, o que se traduce nun tempo de semidesintegración moi baixo, non sería posible almacenalo durante moito tempo. Así, ó cabo de 6 min (360 s) estaría desintegrada case o 90 % da mostra inicial.

11. O iodo-131 é un isótopo radioactivo, cun tempo de semidesintegración de 8 días, que emite partículas beta e gamma, empregándose para tratar o cáncer e outro tipo de enfermidades relacionadas coa glándula tiroides. A reacción de descomposición é a seguinte: ${}^{131}_{53}\mathrm{I} \rightarrow {}^{x}_{y}\mathrm{Xe} + {}^{0}_{-1}\beta + \gamma$.

a) Determina o valor dos números atómico e másico do xenon.
b) Cantos días teñen que pasar para que a cantidade de I-131 pase a ser o 25 % do valor inicial.
c) Se as partículas son emitidas a unha velocidade de $2 \cdot 10^5$ km·s^{-1}, calcula a lonxitude de onda asociada.
Datos: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s.

a) Aplicando as leis de Soddy e Fajans, e tendo en conta a conservación de Z e A, e que a partícula β é un electrón (Z = – 1; A = 0) resulta:

$$\left.\begin{array}{l} 131 = x + 0 \quad \rightarrow \quad x = 131 \\ 53 = y - 1 \quad \rightarrow \quad y = 54 \\ {}^{x}_{y}\mathrm{Xe} \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{{}^{131}_{54}\mathrm{Xe}}$$

b) Aplicando a lei da desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, calculamos o tempo en que a mostra pase a ser o 25 % da inicial:

$$\left.\begin{array}{l} N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \quad t = -\dfrac{\ln\left(N / N_0\right)}{\lambda} \\ \lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad \rightarrow \quad \lambda = \dfrac{0{,}693}{8} = 8{,}66 \cdot 10^{-2} \text{ días}^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow t = -\dfrac{\ln 0{,}25}{8{,}66 \cdot 10^{-2}} \rightarrow \boxed{t = 16 \text{ días}}$$

c) Aplicando a ecuación de De Broglie á partícula emitida (electrón):

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^{8}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\lambda = 3{,}63 \cdot 10^{-12} \text{ m}}$$

12. Marie Curie recibiu o Premio Nobel de Química en 1911 polo descubrimento do radio. O tempo de semidesintegración do radio é de $1{,}59 \cdot 10^3$ anos. Se Marie Curie tivese gardada no seu laboratorio 2,00 g de radio-226:
a) Qué cantidade de radio quedaría no ano 2011?
b) Cal sería a actividade radioactiva da mostra inicial de 2,00 g de radio e cal sería a actividade da mostra no ano 2011?
c) Cantos anos pasarían ata que a mostra de radio se reducise ó 1 % do seu valor inicial?
Datos: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ partículas·mol^{-1}.

a) A partir da lei da desintegración radioactiva $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, e tendo en conta que o número de átomos é proporcional á masa, podemos determinar a cantidade que quedará sen desintegrar ó cabo de 100 anos.

$$\left.\begin{array}{l} m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \\ m_0 = 2{,}00 \text{ g} \\ \lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad \rightarrow \quad \lambda = \dfrac{0{,}693}{1{,}59 \cdot 10^3} = 4{,}36 \cdot 10^{-4} \text{ anos}^{-1} \\ t = 2011 - 1911 = 100 \text{ anos} \end{array}\right\} \rightarrow m = 2{,}00 \cdot e^{-4{,}36 \cdot 10^{-4} \cdot 100} \rightarrow \boxed{m = 1{,}92 \text{ g}}$$

b) A actividade A calculámola coa expresión: $A = \lambda \cdot N$

A actividade no ano 1911 será:

$$A_0 = A_{1911} = 4{,}36 \cdot 10^{-4} \cdot \left(2{,}00 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ mol de Ra}}{226 \text{ g}} \cdot \frac{6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ átomos}}{1 \text{ mol}} \right) \rightarrow \boxed{A_0 = 2{,}32 \cdot 10^{18} \text{ desint/ano}}$$

A actividade no ano 2011 será:

$$A_{2011} = 4{,}36 \cdot 10^{-4} \cdot \left(1{,}92 \text{ g} \cdot \frac{1 \text{ mol de Ra}}{226 \text{ g}} \cdot \frac{6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ átomos}}{1 \text{ mol}} \right) \rightarrow \boxed{A_{2011} = 2{,}23 \cdot 10^{18} \text{ desint/ano}}$$

c) A partir da lei da desintegración radioactiva $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$:

$$\left.\begin{array}{l} N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \quad t = -\dfrac{\ln (N / N_0)}{\lambda} \\ N / N_0 = 0{,}1 \\ \lambda = 4{,}36 \cdot 10^{-4} \text{ anos}^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow t = -\frac{\ln 0{,}01}{4{,}36 \cdot 10^{-4}} \rightarrow \boxed{t = 10562 \text{ anos}}$$

13. O polonio-210 ten unha vida media de 200 días e desintégrase emitindo partículas alfa, transformándose nun isótopo estable de chumbo. O proceso é o seguinte: ${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{x}_{y}\text{Pb} + \alpha$.

a) Determina os valores dos índices *x* e *y*.
b) Calcula o tempo necesario para que a masa do polonio pase a ser o 20 % de masa inicial.
c) Calcula a enerxía desprendida na desintegración dun núcleo de polonio expresada en J e en MeV.
Datos: A_r(Po) = 209,983; A_r(Pb) = 205,974; m_α =4,003 u; m_e= 5,486·10^{-4} u, 1 u= 1,66· 0^{-27} kg; 1 eV = 1,6·10^{-19} J; c = 3·10^8 m·s^{-1}.

a) Aplicando as leis de Soddy e Fajans, e tendo en conta a conservación de *Z* e *A*, e que a partícula α é como se dun núcleo de helio-4, ${}^{4}_{2}\text{He}^{2+}$, se tratara: *Z* = 2, *A* = 4, resulta:

$$\left.\begin{array}{l} 210 = x + 4 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 206} \\ 84 = y + 2 \quad \rightarrow \quad \boxed{y = 82} \\ {}^{x}_{y}\text{Pb} \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{{}^{206}_{82}\text{Pb}}$$

b) Aplicando a lei da desintegración radioactiva $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ calculamos o tempo en que a mostra pase a ser o 20 % da inicial

$$\left.\begin{array}{l} N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow t = -\dfrac{\ln(N/N_0)}{\lambda} \\ N/N_0 = 0{,}2 \\ \left.\begin{array}{l} \lambda = \dfrac{1}{\tau} \\ \tau = 200 \text{ días} \end{array}\right\} \rightarrow \lambda = \dfrac{1}{200} = 5{,}00 \cdot 10^{-3} \text{ días}^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow t = -\dfrac{\ln 0{,}20}{5{,}00 \cdot 10^{-3}} \rightarrow \boxed{t = 322 \text{ días}}$$

c) A enerxía liberada na desintegración do Po-210 procederá da diferenza de masa entre reactivos e produtos: $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$.

$$\Delta m = \left(A_{{}^{210}\text{Po}} - 84\, m_{e^-}\right) - \left[\left(A_{{}^{206}\text{Pb}} - 82\, m_{e^-}\right) + m_\alpha\right] = A_{{}^{210}\text{Po}} - A_{{}^{206}\text{Pb}} - m_\alpha - 2\, m_{e^-}$$

$$\Delta m = 209{,}983 - 205{,}974 - 4{,}003 - 2 \cdot 5{,}486 \cdot 10^{-4} \quad \rightarrow \quad \Delta m = 4{,}903 \cdot 10^{-3} \text{ u}$$

$$4{,}903 \cdot 10^{-3} \text{ u} \cdot \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} = 8{,}139 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 8{,}139 \cdot 10^{-30} \cdot \left(3 \cdot 10^8\right)^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\Delta E = 7{,}325 \cdot 10^{-13} \text{ J} \cdot \text{átomo}^{-1}}$$

$$\Delta E = 7{,}325 \cdot 10^{-13} \frac{\text{J}}{\text{átomo}} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \cdot \frac{10^{-6} \text{ MeV}}{1 \text{ eV}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\Delta E = 4{,}578 \text{ MeV} \cdot \text{átomo}^{-1}}$$

14. Na desintegración do $^{226}_{88}Ra$ para formar radon, cada átomo emite unha partícula alfa e un raio gamma de lonxitude de onda $6{,}52·10^{-12}$ m.
a) Escribe a reacción de desintegración.
b) Calcula a enerxía máxima de cada fotón de raios gamma en MeV.
c) Calcula a perda de masa da reacción anterior debida á emisión gamma.
Datos: 1 eV = $1{,}6·10^{-19}$ J; $N_A = 6{,}02·10^{23}$ mol^{-1}; $h = 6{,}62·10^{-34}$ J·s; $c = 3·10^8$ m·s^{-1}.

a) Aplicando as leis de Soddy e Fajans, e tendo en conta a conservación de Z e A, e que a partícula α é un núcleo de helio-4: $^{4}_{2}He^{2+}$ (Z = 2; A = 4) resulta: $\boxed{^{226}_{88}Ra \rightarrow\ ^{222}_{86}Rn + ^{4}_{2}\alpha + \gamma}$

b) A enerxía de cada fotón gamma será:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \quad \rightarrow \quad E = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{6{,}52 \cdot 10^{-12}} \quad \rightarrow \quad E = 3{,}05 \cdot 10^{-14}\ \text{J}$$

$$E = 3{,}05 \cdot 10^{-14}\ \text{J} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} \cdot \frac{1\ \text{MeV}}{10^6\ \text{eV}} 10^{-19}\ \text{J} \quad \rightarrow \quad \boxed{E = 0{,}19\ \text{MeV}}$$

c) A radiación gamma non implica perda de masa por ser un fotón de elevada frecuencia e alta enerxía, sen carga nin masa.

15. Cando se mide a actividade radioactiva dunha mostra de madeira recollida nunha cova con restos prehistóricos obsérvanse 560 desintegracións de C-14 por gramo e hora. Nunha mostra de madeira actual, que ten a mesma masa e a mesma natureza, a actividade é de 920 desintegracións de C-14 por gramo e hora. Admitindo que o número de desintegracións por unidade de tempo é proporcional ó número de átomos de C-14 presentes na mostra, determina:

a) Cantos anos hai que se cortou a madeira que se está analizando?

b) Cal será a actividade da mostra dentro de 1000 anos, expresada en $\frac{\text{desintegracións}}{\text{g}\cdot\text{s}}$?

c) Define tempo de semidesintegración e demostra a súa relación coa constante de desintegración.

Datos: vida media do C-14 = 8270 anos.

a) Aplicamos a lei da desintegración radioactiva para datar a mostra prehistórica.

$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$, sendo "$A$" a velocidade de desintegración en $\frac{\text{desintegracións}}{\text{g}\cdot\text{s}}$

$$\left.\begin{array}{l} A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \\ \dfrac{A}{A_0} = \dfrac{560}{920} \\ \left.\begin{array}{l} \lambda = \dfrac{1}{\tau} \\ \tau = 8270\,\text{anos} \end{array}\right\} \rightarrow \lambda = 1{,}21 \cdot 10^{-4}\ \text{anos}^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{560}{920} = e^{-1{,}21\cdot 10^{-4}\cdot t} \rightarrow \boxed{t = 4103\,\text{anos}}$$

b) Dentro de 1000 anos a actividade será:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow A = 920 \cdot e^{-1{,}21\cdot 10^{-4}\cdot 1000} \rightarrow \boxed{A = 0{,}23\ \frac{\text{desintegracións}}{\text{s}\cdot\text{g}}}$$

c) Defínese o tempo de semidesintegración, $T_{1/2}$, ou período de semidesintegración como o tempo necesario para que os núcleos dunha mostra inicial dun radioisótopo se desintegren á metade. Partindo da expresión $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ e coa consideración de que o número de núcleos pasa a ser a metade, $N_{T_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$, resulta:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}} \rightarrow \ln\frac{1}{2} = -\lambda \cdot T_{1/2} \rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

16. Unha peza de torio que contén 1 kg de Th contén tamén 200 g de Pb. O Pb-208 é o descendente estable final da serie radioactiva que ten como precursor ó Th-232. O tempo de semidesintegración deste é de $1{,}405 \cdot 10^{23}$ anos.
a) Supoñendo que todo o Pb da rocha provén do decaemento do Th e que non houbo perdas, cal é a idade da rocha?
b) Completa con partículas α ou β e cos valores dos seus números atómicos, segundo corresponda, a serie radioactiva do $^{232}_{90}\text{Th}$:
$^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{228}\text{Ra} \rightarrow {}^{228}\text{Ac} \rightarrow {}^{228}\text{Th} \rightarrow {}^{224}\text{Ra} \rightarrow {}^{220}\text{Rn} \rightarrow {}^{216}\text{Po} \rightarrow {}^{212}\text{Pb} \rightarrow {}^{212}\text{Bi} \rightarrow {}^{208}\text{Tl} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb}$
c) Cantos núcleos de helio-4 se producen na desintegración da rocha.
Datos: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ partículas·mol^{-1}.

a) Determinamos o número de átomos de cada elemento presentes na mostra:

$$N_{^{238}\text{Th}} = 1000\ \text{g} \cdot \frac{1\ \text{mol Th}}{232\ \text{g}} \cdot \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{átomos}}{1\ \text{mol}} = 2{,}59 \cdot 10^{24}\ \text{átomos Th}$$

$$N_{^{208}\text{Pb}} = 200\ \text{g} \cdot \frac{1\ \text{mol Pb}}{208\ \text{g}} \cdot \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{átomos}}{1\ \text{mol}} = 5{,}79 \cdot 10^{23}\ \text{át. } {}^{208}\text{Pb} = 5{,}79 \cdot 10^{23}\ \text{át. } {}^{232}\text{Th desintegrados}$$

Logo a mostra inicial tiña: $2{,}59 \cdot 10^{24}$ át. $^{232}\text{Th} + 5{,}79 \cdot 10^{23}$ át. ^{232}Th desint. $= 3{,}17 \cdot 10^{24}$ át. ^{232}Th.

O tempo transcorrido calcúlase aplicando a lei de desintegración radioactiva: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$.

$$\left.\begin{array}{l} N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \\ \left.\begin{array}{l} \lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}} \\ T_{1/2} = 1{,}405 \cdot 10^{10}\ \text{anos} \end{array}\right\} \rightarrow \lambda = 4{,}93 \cdot 10^{-11}\ \text{anos}^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow 3{,}17 \cdot 10^{24} = 2{,}59 \cdot 10^{24} \cdot e^{-4{,}93 \cdot 10^{-11} \cdot t} \rightarrow \boxed{t = 4{,}10 \cdot 10^{9}\ \text{anos}}$$

b)

$$^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{228}_{88}\text{Ra} + {}^{4}_{2}\alpha$$
$$^{228}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{228}_{89}\text{Ac} + {}^{4}_{-1}\beta$$
$$^{228}_{89}\text{Ac} \rightarrow {}^{228}_{90}\text{Th} + {}^{4}_{-1}\beta$$
$$^{228}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{224}_{88}\text{Ra} + {}^{4}_{2}\alpha$$
$$^{224}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{220}_{86}\text{Rn} + {}^{4}_{2}\alpha$$
$$^{220}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^{216}_{84}\text{Po} + {}^{4}_{2}\alpha$$
$$^{216}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{212}_{82}\text{Pb} + {}^{4}_{2}\alpha$$
$$^{212}_{82}\text{Pb} \rightarrow {}^{212}_{83}\text{Bi} + {}^{4}_{-1}\beta$$
$$^{212}_{83}\text{Bi} \rightarrow {}^{208}_{81}\text{Tl} + {}^{4}_{2}\alpha$$
$$^{208}_{81}\text{Tl} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb} + {}^{4}_{-1}\beta$$

c) Tendo en conta que por cada átomo de $^{232}_{90}\text{Th}$ se producen 6 núcleos de $^{4}_{2}\text{He}$:

$$\text{n° núcleos } {}^{4}_{2}\text{He} = 5{,}79 \cdot 10^{23}\ \text{át } {}^{232}_{90}\text{Th desintegrados} \cdot \frac{6\ \text{núcleos de } {}^{4}_{2}\text{He}}{\text{átomo de } {}^{232}_{90}\text{Th}} \rightarrow \boxed{\text{n° núcleos } {}^{4}_{2}\text{He} = 3{,}47 \cdot 10^{24}}$$

17. Certo mineral de uranio contén 0,124 g de Pb-206 por cada gramo de U-238. Se o tempo de semidesintegración do uranio é de $4{,}59{\cdot}10^{9}$ anos, calcula:
a) A vida media do U-238.
b) O tempo transcorrido dende a formación xeolóxica do mineral.
c) A velocidade de desintegración en Bq dunha mostra de 10 g de U-238.
Datos: $N_A = 6{,}02{\cdot}10^{23}$ partículas·mol^{-1}.

a) Recordando a relación do período de semidesintegración, $T_{1/2}$, e o da vida media, τ, dunha substancia radioactiva coa constante de desintegración λ, escribimos τ en función de $T_{1/2}$:

$$\left.\begin{array}{l} T_{1/2}=\dfrac{\ln 2}{\lambda} \\ \tau=\dfrac{1}{\lambda} \end{array}\right\} \rightarrow \tau=\frac{T_{1/2}}{\ln 2}$$

Substituíndo na igualdade anterior os datos do exercicio resulta:

$$\tau=\frac{4{,}59\cdot 10^{9}}{\ln 2} \rightarrow \boxed{\tau = 6{,}62\cdot 10^{9} \text{ anos}}$$

b) Dado que o chumbo é, por completo, un produto da desintegración do U-238, para obter 0,124 g de Pb-206 deberase desintegrar a seguinte cantidade de uranio:

$$\text{Cantidade de } {}^{238}\text{U desintergrada} = 0{,}124\cdot\frac{238}{206} = 0{,}143 \text{ g } {}^{238}\text{U}$$

A masa inicial de uranio sería entón de: $0{,}143+1=1{,}143 \text{ g } {}^{238}\text{U}$

Aplicando a lei da desintegración radioactiva resulta:

$$\left.\begin{array}{l} N=N_0\cdot e^{-\lambda t} \xrightarrow{\text{en termos de masa}} m=m_0\cdot e^{-\lambda t} \\ \lambda=\dfrac{1}{\tau} \rightarrow \lambda=\dfrac{1}{6{,}62\cdot 10^{9}}=1{,}51\cdot 10^{-10} \text{ anos}^{-1} \end{array}\right\} \rightarrow 1{,}143=1\cdot e^{-1{,}51\cdot 10^{-10}\cdot t} \rightarrow \boxed{t=8{,}85\cdot 10^{8} \text{ anos}}$$

c) A velocidade de desintegración, tamén chamada actividade, A, é:

$$\left|\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}\right| = A=\lambda\cdot N=1{,}51\cdot 10^{-10}\cdot\left(10 \text{ g}\cdot\frac{1 \text{ mol U}}{238 \text{ g}}\cdot\frac{6{,}02\cdot 10^{23} \text{ átomos}}{1 \text{ mol}}\right)=3{,}82\cdot 10^{5}\ \frac{\text{desintegracións}}{\text{ano}}$$

Sabemos que o Becquerel, Bq, é a actividade dunha substancia que estatisticamente produce unha desintegración por segundo; polo tanto:

$$A=3{,}82\cdot 10^{12}\ \frac{\text{desintegracións}}{\text{ano}}=3{,}82\cdot 10^{12}\ \frac{\text{desintegracións}}{365\cdot 24\cdot 3600 \text{ s}} \rightarrow \boxed{A=1{,}21\cdot 10^{5} \text{ Bq}}$$

FÍSICA NUCLEAR E DE PARTÍCULAS. CUESTIÓNS

1. Dada a reacción nuclear: $^{235}_{92}\text{U} + \text{X} \rightarrow {}^{236}_{93}\text{Np}$, a partícula X é: a) un protón; b) un neutrón; c) un electrón.

SOL. **a**

Vemos que o número atómico pasa de 92 a 93, aumentando en unha unidade, ó tempo que a masa pasa de 235 a 236, aumentando tamén unha unidade. Isto é, a partícula X ten unha masa unidade e unha carga positiva tamén unidade. Esas son precisamente as características do protón.

2. A obtención da enerxía a partir do núcleo dos átomos realízase mediante reaccións nucleares, as cales clasificamos en dous tipos: reaccións de fisión e reaccións de fusión. Na actualidade o home soamente usa as de fisión, e débese a que:

a) Producen máis enerxía que as de fusión.
b) Son menos contaminantes que as de fusión.
c) Non sabe aproveitar as de fusión.

SOL.: **c**

A fusión é unha reacción nuclear pola que varios núcleos lixeiros se combinan formando un núcleo pesado, coa correspondente liberación de enerxía, en maior cantidade que na fisión. Sen embargo, para que se inicie a fusión nuclear precísanse temperaturas moi elevadas, a fin de que os núcleos que se combinan teñan a enerxía suficiente para vencer as repulsións e poder penetrar no raio de acción das forzas nucleares. A falta de control deste proceso impide a utilización como fonte de enerxía deste tipo de reaccións.

Polo momento, as reaccións de fusión non se saben controlar de xeito aproveitable. Poden usarse en bombas (as chamadas "de hidróxeno") e prodúcese de xeito experimental enerxía a partir dela, pero polo momento non se pode aproveitar.

3. Cando un núcleo emite unha partícula β(−), en realidade emite: a) un fotón; b) un electrón; c) un protón.

SOL.: **b**

Cando un núcleo emite un electrón obtense outro núcleo isóbaro (do mesmo número másico) no que o número atómico aumenta unha unidade.

A reacción elemental que explica o mecanismo desta desintegración é: $^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$.

Un electrón pode emitirse cando ocorre a desintegración dun neutrón dando lugar a un protón (que queda no núcleo) e un electrón, que sae despedido coa enerxía desprendida no proceso. Este tipo de radiación chámase radiación β(−).

4. Se un núcleo atómico emite unha partícula α e dúas partículas β(−), o seu nº atómico: a) diminúe en dúas unidades; b) aumenta en dúas unidades; c) non varía.

SOL.:**c**

Unha partícula α supón a perda de 2 unidades de carga positiva e 4 unidades de masa, mentres que 2 partículas β(−) supón a perda de 2 unidades de carga negativa. Por iso non hai variación no número atómico (balance de cargas positivas e cargas negativas). O número másico diminuiría en 4 unidades.

Así, a variación de carga no núcleo atómico cos procesos indicados é nula, e polo tanto, o número atómico mantense.

5. Un átomo de ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ segue unha serie radioactiva que pasa polo ${}^{214}_{82}\mathrm{Pb}$, tras emitir unha serie de partículas alfa e beta. O número de partículas alfa emitidas é: a) 3; b) 6; c) 9.

SOL.:**b**

No proceso entre o U-238 e o Pb-214, o núcleo de uranio perde 24 unidades (238–214 = 24) de masa e 10 unidades de carga (92–82 = 10). O proceso radioactivo que fai reducir masa é a emisión dunha partícula alfa, que a diminúe en catro unidades. Isto implica que foron emitidas 6 partículas alfa (24/4 = 6), a parte da emisión de partículas beta, necesaria para reequilibrar a carga.

6. Unha masa de átomos radioactivos tarda 3 anos en reducir nun 10 % a súa masa. Canto tardará en reducirse ó 81 % da masa orixinal?: a) máis de tres anos; b) menos de tres anos; c) tres anos.

SOL.: **a**

Se a masa de átomos radioactivos se reduce un 10 %, a masa resultante é un 90 % da orixinal. E isto prodúcese en tres anos.

Como o 81 % é menos do 90 %, desintégrase maior número de átomos e necesítase máis tempo. En realidade, o 81 % é o 90 % do 90 %, e o tempo que tardará en reducirse a masa ó 81 % é de 6 anos.

Tendo en conta a lei da desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, podemos calcular λ: $90 = 100 \cdot e^{-\lambda \cdot 3} \rightarrow \lambda = 3{,}512 \cdot 10^{-2}\ \text{anos}^{-1}$, e a continuación o tempo necesario para que a masa orixinal se reduza ó 81 %: $81 = 100 \cdot e^{-3{,}512 \cdot 10^{-2} \cdot t} \rightarrow t = 6\ \text{anos}$.

7. As expresións: $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda \cdot N$ e $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ permiten calcular o número de átomos que quedan nunha mostra radioactiva que tiña, inicialmente, N átomos. Cal das seguintes respostas describe o significado da constante λ?

a) $\lambda \cdot \mathrm{d}t$ proporciona a fracción de átomos que poden desintegrarse nun intervalo de tempo d*t.*
b) λ é a vida media da mostra.
c) λ é a probabilidade de que un átomo poda desintegrarse transcorrido 1 s.

SOL.: **a**

A expresión anterior pode escribirse de xeito que : $\lambda \cdot \mathrm{d}t = -\frac{\mathrm{d}N}{N}$, que representa unha fracción diferencial de átomos. Polo que o termo $\lambda \cdot \mathrm{d}t$ representa a fracción de átomos que se desintegran nun elemento diferencial de tempo.

8. Cal dos seguintes tipos de radiación non é capaz de ionizar o aire?

a) Partículas beta.
b) Radiación infravermella.
c) Radiación X.

SOL.: **b**

O aire ionízase se a radiación ou as partículas cargadas que pasan a través del teñen enerxía suficiente para arrincar algún electrón ás moléculas que forman o aire. Polo tanto, canto menos enerxética sexa unha radiación ou unha partícula cargada, máis difícil será que poida ionizar ó aire. De acordo con isto, a radiación de menor frecuencia, das que aparecen como posibles solución, é a radiación infravermella, que é incapaz de producir a ionización do aire.

9. Unha radiación emitida por unha fonte radioactiva redúcese a terceira parte cando se lle coloca unha folla de papel fronte á fonte, e redúcese practicamente a cero cando se lle coloca unha lámina de aluminio de 1 cm de espesor entre fonte e detector. De qué tipo de radiación se trata?
a) Partículas beta.
b) Partículas alfa.
c) Radiacións gamma.

SOL.: **a**

Tendo en conta as propiedades das radiacións emitidas por unha fonte radioactiva trataríase dunha partículas β, máis penetrantes que as α e menos que as γ.

As partículas α non atravesarían a folla de papel e as radiacións γ atravesarían a capa de aluminio.

10. Se un núcleo de Li, de número atómico 3 e número másico 6, reacciona con un núcleo dun determinado elemento X prodúcense dúas partículas α. Como será o elemento X?: a) ${}^{1}_{1}X$; b) ${}^{2}_{2}X$; c) ${}^{2}_{1}X$

SOL.: **c**

Tendo en conta as leis de Soddy e Fajans, e tendo en conta a conservación dos números atómicos e másicos en reactivos e produtos, a reacción nuclear será a seguinte:

$${}^{6}_{3}\text{Li} + {}^{2}_{1}\text{X} \rightarrow 2\,{}^{4}_{2}\alpha$$

11. Ó bombardear ${}^{198}_{80}\text{Hg}$ con neutróns, obtense ${}^{1}_{1}\text{H}$ e outro elemento. De qué elemento se trata?: a) ${}^{198}_{79}\text{Au}$; b) ${}^{197}_{81}\text{Tl}$; c) ${}^{199}_{80}\text{Hg}$

SOL.: **a**

Nunha ecuación nuclear, a suma dos números atómicos e dos números másicos ten que ser a mesma en reactivos e produtos. De acordo con isto, a reacción nuclear descrita será:

$${}^{198}_{80}\text{Hg} + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}\text{H} + {}^{198}_{79}\text{Au}$$

12. Un protón é unha partícula fundamental, que:
a) pertencente ao grupo dos leptóns.
b) pertencente ao grupo dos hadróns.
c) ningunha das respostas anteriores é correcta.

SOL.: **b**

Os hadróns son partículas sensibles ás interaccións fortes. Divídense en barións e mesóns. O protón pertence ao conxunto dos barións.

13. O momento lineal dun fotón de lonxitude de onda 500 nm é: a) cero ; b) $3,32 \cdot 10^{-42}$ kg·m·s^{-1} ; c) $1,33 \cdot 10^{-27}$ kg·m·s^{-1}.
Dato: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

SOL.: **b**

A masa dun fotón é nula.

O seu momento lineal depende da súa frecuencia ou da súa lonxitude de onda: $\lambda = \frac{c}{\nu}$.

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \rightarrow \quad p = \frac{h}{\lambda} \quad \rightarrow \quad p = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{500 \cdot 10^{-9}} \quad \rightarrow \quad \boxed{p = 1,33 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

MECÁNICA CUÁNTICA. PROBLEMAS

1. a) Enuncia as leis de Stefan-Boltzmann e de Wien.
b) Calcula a temperatura superficial do Sol sabendo que a lonxitude de onda da radiación emitida polo Sol con máxima enerxía é de 500 nm.
c) Calcula a potencia irradiada polo Sol por cm^2 da súa superficie.
Datos: constante de Wien:): $2{,}90 \cdot 10^{-3}$ m·K; σ (constante de Boltzmann): $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$.

a) Lei de Stefan-Boltzmann: A potencia P emitida por un corpo negro por unidade de área S é directamente proporcional á cuarta potencia da súa temperatura absoluta T.

$\frac{P}{S} = \sigma T^4$ (Onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$.

Lei de Wien: A lonxitude de onda λ á cal radia un corpo negro a máxima enerxía por unidade de tempo t e de superficie S é inversamente proporcional ao valor da súa temperatura absoluta T.

$\lambda_{\text{máx.}} = \frac{\text{cte}}{T}$, onde cte é a constante de Wien = $2{,}90 \cdot 10^{-3}$ m

b) Lei de Wien: $\lambda_{\text{máx.}} = \frac{\text{cte}}{T} \rightarrow T = \frac{\text{cte}}{\lambda_{\text{máx.}}} \rightarrow T = \frac{2{,}90 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 10^{-9}} \rightarrow \boxed{T = 5800 \text{ K}}$

c) Aplicando a lei de Stefan-Boltzmann:

$$\frac{P}{S} = \sigma T^4 \rightarrow \frac{P}{S} = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4 \rightarrow \frac{P}{S} = 6{,}4 \cdot 10^7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \rightarrow \boxed{\frac{P}{S} = 6{,}4 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}}$$

2. Un metal desprende electróns a unha velocidade de 1000 m · s⁻¹ ao recibir luz dunha lonxitude de onda de 400 nm.
a) Calcula a enerxía cinética máxima dos electróns emitidos.
b) Calcula o traballo de extracción.
c) Se se duplica a intensidade da luz incidente, varía a enerxía cinética dos electróns emitidos?
Datos: m_e = $9{,}1\cdot10^{-31}$ kg ; h = $6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s ; c = $3\cdot10^{8}$ m·s⁻¹.

a) $E_\text{k}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \rightarrow E_\text{k}=\frac{1}{2}\cdot 9{,}1\cdot10^{-31}\cdot1000^2 \rightarrow \boxed{E_\text{k}=4{,}55\cdot10^{-25}\text{ J}}$

b) A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico é: $E_\text{fotón incidente}=W_\text{extracción}+E_\text{k electrón arrancado}$

$$\left.\begin{array}{l} h\cdot\nu=W_0+\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \\ \nu=\frac{c}{\lambda} \end{array}\right\} \rightarrow h\cdot\frac{c}{\lambda}=W_0+\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \rightarrow 6{,}63\cdot10^{-34}\cdot\frac{3\cdot10^8}{400\cdot10^{-9}}=W_0+4{,}55\cdot10^{-25} \rightarrow \boxed{W_0=4{,}97\cdot10^{-19}\text{ J}}$$

c) Non, aumentar a intensidade da radiación significa aumentar o número de fotóns, pero non a enerxía do fotón: $E_\text{fotón}=h\cdot\nu$, e, segundo a ecuación de Einstein: $E_\text{k máx.}=h\cdot\nu-W_0$, a E_k só depende, para un metal determinado, da frecuencia da luz incidente (enerxía do fotón) pero non do número de fotóns.

3. Nunha experiencia para calcular h, ao iluminar unha superficie metálica cunha radiación de $\lambda = 200 \cdot 10^{-9}$ m, o potencial de freado para os electróns é de 1,00 V. Se $\lambda = 175 \cdot 10^{-9}$ m , o potencial de freado é 1,86 V.
a) Calcula o traballo de extracción dun electrón do metal.
b) Calcula h.
c)Representa o valor absoluto do potencial de freado fronte á frecuencia e deduce de dita representación o valor da constante de Planck.
Datos: $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

a) e b) Traballamos coa ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{fotón incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{\text{k máxima electrón arrancado}}$$

$$\left.\begin{array}{l} h \cdot \nu = W_e + E_k \\ \nu = \dfrac{c}{\lambda} \\ E_k = e \cdot V \end{array}\right\} \rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = W_e + e \cdot V$$

Substituíndo nesta última igualdade os datos do enunciado para cando o cátodo metálico se ilumina cunha radiación de $\lambda = 200 \cdot 10^{-9}$ m e de $\lambda = 175 \cdot 10^{-9}$ m resulta:

$$h \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} = W_e + 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}00$$

$$h \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{175 \cdot 10^{-9}} = W_e + 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}86$$

Resolvendo este sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas resulta:

$\boxed{h = 6{,}42 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}$ e $\boxed{W_e = 8{,}03 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$

c) Segundo a ecuación $h \cdot \nu = W_e + e \cdot V$, ó representar o potencial V fronte á frecuencia ν obtense unha liña recta, cuxa pendente é h/e e a ordenada na orixe $-W_e/e$.

Para obter unha táboa de potenciais de freado V segundo a frecuencia ν, imos calcular os valores correspondentes de ν:

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} \rightarrow \nu_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} \rightarrow \nu_1 = 1{,}50 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

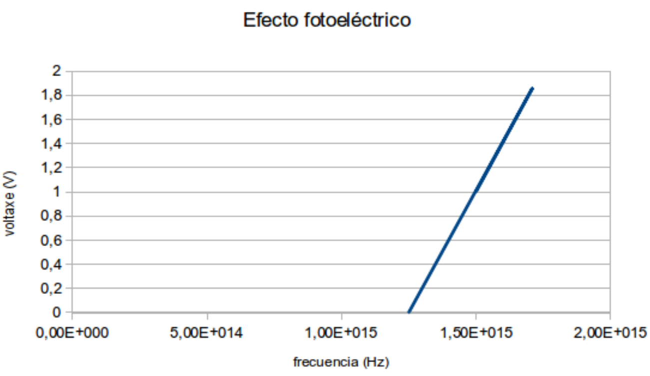
$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} \rightarrow \nu_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{175 \cdot 10^{-9}} \rightarrow \nu_1 = 1{,}71 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

e ademais podemos calcular a frecuencia limiar:

$$\nu_0 = \frac{W_e}{h} \rightarrow \nu_0 = \frac{8{,}03 \cdot 10^{-19}}{6{,}42 \cdot 10^{-34}} \rightarrow \nu_0 = 1{,}25 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Así, obtemos a táboa de valores:

ν/Hz	$1{,}25 \cdot 10^{15}$	$1{,}50 \cdot 10^{15}$	$1{,}71 \cdot 10^{15}$
V/V	0,00	1,00	1,86



$$\left.\begin{array}{l} \text{tx}\,\alpha = \dfrac{\Delta V}{\Delta \nu} \quad \rightarrow \quad \text{tx}\,\alpha = \dfrac{1{,}86 - 1{,}00}{1{,}71 \cdot 10^{15} - 1{,}50 \cdot 10^{15}} \quad \rightarrow \quad \text{tx}\,\alpha = 4{,}1 \cdot 10^{-15}\ \text{V s} \\ h \cdot \nu = W_{\text{e}} + |e| \cdot V \quad \rightarrow \quad V = \dfrac{h}{|e|} \cdot \nu - \dfrac{W_{\text{e}}}{|e|} \quad \rightarrow \quad \text{tx}\,\alpha = \dfrac{h}{|e|} \end{array}\right\} \rightarrow \quad 4{,}1 \cdot 10^{-15} = \frac{h}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}$$

$$\boxed{h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}$$

[Nota: no caso de facer a representación da enerxía cinética en función da frecuencia, a inclinación sería *h*]

4. Nunha célula fotoeléctrica, o cátodo ilumínase con dúas radiacións de lonxitudes de onda $\lambda_1 = 3 \cdot 10^{-7}$ m e $\lambda_2 = 4 \cdot 10^{-7}$ m.
a) Estuda se as radiacións anteriores producirían efecto fotoeléctrico, considerando que o traballo de extracción corresponde a unha frecuencia de $7{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz.
b) Calcula a velocidade máxima dos electróns arrancados por medio das radiacións anteriores.
c) Calcula a diferenza de potencial que hai que aplicar entre ánodo e cátodo para que se anule a corrente fotoeléctrica.
Datos: $m_{\text{electrón}} = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s, $c = 3{,}00 \cdot 10^{-8}$ m·s^{-1}.

a) Recordando a ecuación de Einsten do efecto fotoeléctrico, $h \cdot \nu = W_{\text{extracción}} + \frac{1}{2} \cdot m_{\text{electrón}} \cdot v^2$, vemos que se extraerán electróns cando $h \cdot \nu \geq W_{\text{extracción}} = h \cdot v_0$.
Calculamos as frecuencias correspondentes ás radiacións utilizadas en cada caso:

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} \quad \rightarrow \quad \nu_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^{-7}} \quad \rightarrow \quad \nu_1 = 10{,}0 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} \quad \rightarrow \quad \nu_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} \quad \rightarrow \quad \nu_2 = 7{,}5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Como estas frecuencias son maiores á frecuencia limiar, as radiacións utilizadas producirán efecto fotoloeléctrico.

b) A velocidade v calculámola despexándoa na ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico:
$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{k máx}}^2 = h \cdot \nu - h \cdot \nu_0$:
No primeiro caso:

$$v_{\text{k máx}} = \sqrt{\frac{2}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} \cdot \left(6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 10{,}0 \cdot 10^{14} - 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 7{,}0 \cdot 10^{14}\right)} \rightarrow \boxed{v_{\text{k máx.}} = 6{,}61 \cdot 10^5 \text{ m·s}^{-1}},$$

No segundo caso:

$$v_{\text{k máx}} = \sqrt{\frac{2}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} \cdot \left(6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 7{,}5 \cdot 10^{14} - 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 7{,}0 \cdot 10^{14}\right)} \rightarrow \boxed{v_{\text{k máx.}} = 2{,}70 \cdot 10^5 \text{ m·s}^{-1}}$$

c) O potencial de freado ΔV, que anularía a enerxía cinética dos fotoelectróns, obtense da expresión:
$|e| \cdot |\Delta V| = E_{\text{k máxima}} = \frac{1}{2} m v_{\text{k máxima}}^2$
No primeiro caso,

$$|\Delta V| = \frac{1/2 \cdot m \cdot v_{\text{k máxima}}^2}{|e|} \quad \rightarrow \quad |\Delta V| = \frac{1/2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(6{,}61 \cdot 10^5\right)^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \quad \rightarrow \quad \boxed{|\Delta V| = 1{,}24 \text{ V}}$$

No segundo caso,

$$|\Delta V| = \frac{1/2 \cdot m \cdot v_{\text{k máxima}}^2}{|e|} \quad \rightarrow \quad |\Delta V| = \frac{1/2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(2{,}70 \cdot 10^5\right)^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \quad \rightarrow \quad \boxed{|\Delta V| = 2{,}07 \cdot 10^{-1} \text{ V}}$$

5. A frecuencia limiar para arrancar un electrón dunha célula fotoeléctrica é de $6 \cdot 10^{14}\ s^{-1}$.
a) Calcula o traballo de extracción. De que depende este traballo?
b) Calcula a velocidade dos electróns arrincados cunha radiación de lonxitude de onda $3 \cdot 10^{-7}$ m.
c) Poderían arrincarse electróns con radiación visible (λ entre 400 e 700 nm)?
Datos: : $m_{\text{electrón}} = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s, $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}\ m \cdot s^{-1}$.

a) $W_0 = h \cdot \nu_0 \rightarrow W_0 = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} \rightarrow \boxed{W_0 = 3{,}97 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}$

O traballo de extracción é característico de cada metal.

b) Empregamos a ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico: $E_{\text{fotón incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{\text{k máxima electrón arrancado}}$

$$\left.\begin{array}{l} E = W_e + E_k \\ E = h \cdot \nu \\ \nu = \dfrac{c}{\lambda} \\ W_e = h \cdot \nu_0 \\ E_k = \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array}\right\} \rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = h \cdot \nu_0 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{3 \cdot 10^{-7}} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} + \frac{1}{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot v^2$$

de onde $\boxed{v = 7{,}64 \cdot 10^{5}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$

c) Para arrincar electróns dun metal, a enerxía da radiación incidente, $h\,\nu$, que vén determinada polo valor da súa frecuencia, ν, ten que ser maior ou igual ó traballo de extracción, $h\,\nu_0$. Calculamos a lonxitude de onda λ_0 correspondente á frecuencia limiar ν_0 para logo comparar ese valor cos valores das lonxitudes de onda correspondentes á radiación visible.

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} \rightarrow \lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^{8}}{6 \cdot 10^{14}} \rightarrow \lambda_0 = 5 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 500\ \text{nm}$$

Vemos que só se poderán extraer electróns cunha lonxitude de onda menor ou igual a 500 nm e, polo tanto, hai unha parte do espectro visible que non permite extraelos.

6. Calcula a lonxitude das ondas materiais asociadas a:
a) Un electrón acelerado por unha diferenza de potencial de 110 V.
b) Un balón de 350 g que se move a unha velocidade de 30 m·s^{-1}.
c) Poden detectarse os efectos ondulatorios en ambos casos?
Datos: $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; $|e| = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s.

a) Cálculo da velocidade do electrón:

$$\left.\begin{array}{l} \lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{m\cdot v} \\ W_{F\ \text{campo}} = -\Delta E_\text{p} = \Delta E_\text{k} \rightarrow |e|\cdot|\Delta V| = \dfrac{1}{2}\cdot m_e\cdot v_e^2 \rightarrow v_e = \sqrt{\dfrac{2\cdot|e|\cdot|\Delta V|}{m_e}} \end{array}\right\} \rightarrow \lambda = \dfrac{6{,}63\cdot10^{-34}}{9{,}1\cdot10^{-31}\cdot\sqrt{\dfrac{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot110}{9{,}1\cdot10^{-31}}}}$$

$$\boxed{\lambda = 1{,}2\cdot10^{-10}\ \text{m}}$$

b) $$\lambda = \frac{h}{p_\text{balón}} = \frac{h}{m_\text{balón}\cdot v_\text{balón}} \rightarrow \lambda = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{350\cdot10^{-3}\cdot30} \rightarrow \boxed{\lambda = 6{,}3\cdot10^{-35}\ \text{m}}$$

c) No caso do balón, a lonxitude de onda é tan pequena que non pode detectarse mediante ningún experimento. Sen embargo, no caso do electrón si se podería e, concretamente, Davisson e Germer conseguiron difractar electróns demostrando, desta maneira, o postulado de De Broglie.

7. Calcula a indeterminación na medida da velocidade das seguintes partículas:
a) Un electrón en movemento se a indeterminación na medida da súa posición é 10^{-10} m.
b) Unha partícula de masa 200 g que se move cunha velocidade de 3 m s^{-1} se a indeterminación na medida da súa posición é 0,5 mm.
c) Extrae conclusións dos resultados obtidos.
Datos: $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s.

a)

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x\cdot\Delta p_x \geq \dfrac{h}{2\,\pi} \\ \Delta x = 10^{-10}\ \text{m} \\ m = 9{,}1\cdot10^{-31}\ \text{kg} \\ h = 6{,}63\cdot10^{-34}\ \text{J s} \end{array}\right\} \rightarrow 10^{-10}\cdot 9{,}1\cdot10^{-31}\cdot\Delta v_x \geq \frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{2\,\pi} \rightarrow \boxed{\Delta v_x \geq 1{,}2\cdot10^{6}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

b)

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x\cdot\Delta p_x \geq \dfrac{h}{2\,\pi} \\ \Delta x = 0{,}5\cdot10^{-3}\ \text{m} \\ m = 200\cdot10^{-3}\ \text{kg} \\ h = 6{,}63\cdot10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s} \end{array}\right\} \rightarrow 0{,}5\cdot10^{-3}\cdot 200\cdot10^{-3}\cdot\Delta v_x \geq \frac{6{,}63\cdot10^{-34}}{2\,\pi} \rightarrow \boxed{\Delta v_x \geq 1{,}1\cdot10^{-30}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

c) Para o electrón, a indeterminación é importante xa que ten un valor moi elevado; polo tanto, para partículas subatómicas hai que aplicar a teoría cuántica.
Pola contra, no caso do apartado b), o valor da indeterminación $\left(\Delta v_x \geq 1{,}1\cdot10^{-30}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\right)$ é moi pequeno comparado co valor da velocidade (3 m·s^{-1}); polo tanto, podemos concluír que a incerteza (segundo a teoría cuántica) non é detectable para obxectos macroscópicos, e podemos aplicar a mecánica clásica.

8. Un átomo de hidróxeno está constituído por un protón e un electrón. Supoñendo o protón fixo nun punto, e dada a masa do electrón, $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg, e o raio da primeira órbita de Bohr, $r = 5{,}3\cdot10^{-11}$ m:,
a) Estima a velocidade do electrón na primeira órbita de Bohr sabendo que ten que cumprir a ecuación de De Broglie, $\lambda = \frac{h}{p}$.
b) Segundo o principio de indeterminación, que electrón irá máis rápido, o dunha órbita pequena ou o dunha grande?
c) Estima a velocidade do electrón na primeira órbita de Bohr usando o principio de indeterminación.
Dato: $h = 6{,}6\cdot10^{-34}$ J·s.

a) Pola equivalencia onda-corpúsculo, unha órbita debe ser consistente, é dicir, ter unha lonxitude múltiplo da lonxitude de onda. No caso da primeira órbita, $2\cdot\pi\cdot r = \frac{h}{p}$, resulta:

$$\left.\begin{array}{l} 2\cdot\pi\cdot r = \dfrac{h}{m\cdot v} \\ r = 5{,}3\cdot10^{-11}\ \text{m} \\ h = 6{,}6\cdot10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s} \\ m = 9{,}1\cdot10^{-31}\ \text{kg} \end{array}\right\} \rightarrow 2\cdot\pi\cdot5{,}3\cdot10^{-11} = \frac{6{,}6\cdot10^{-34}}{9{,}1\cdot10^{-31}\cdot v} \rightarrow \boxed{v = 2{,}2\cdot10^{6}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

b) O principio de indeterminación exprésase como $\Delta x\cdot\Delta p_x \geq \frac{h}{2\,\pi}$. Se a variación da posición é menor, a da cantidade de movemento é maior, polo que, a igualdade de masa, debe ir máis rápido a partícula cunha dispersión espacial menor.

c) $\Delta x\cdot\Delta(m_e\cdot v_x) \geq \frac{h}{2\,\pi}$

se a variación da posición Δx pode estar arredor dun raio $r = 5{,}3\cdot10^{-11}$ m, a velocidade que se calcula é: $5{,}3\cdot10^{-11}\cdot9{,}1\cdot10^{-31}\cdot\Delta v_x \geq \frac{6{,}6\cdot10^{-34}}{2\,\pi} \rightarrow \boxed{\Delta v_x \geq 2{,}2\cdot10^{6}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$ e atopamos a mesma solución que no apartado a).

MECÁNICA CUÁNTICA. CUESTIÓNS

1. O efecto fotoeléctrico prodúcese se:
a) A intensidade da radiación é moi grande.
b) A lonxitude de onda da radiación incidente é grande.
c) A frecuencia da radiación é superior á frecuencia limiar.

SOL.: **c**

O efecto fotoeléctrico prodúcese unha vez que a enerxía do fotón incidente, $h\,\nu$, e quén de superar ou igualar o traballo de extracción do metal, o cal ocorrerá unha vez superada unha determinada frecuencia limiar, ν_0.

$$h\cdot\nu = W_{\text{extracción}} + E_{\text{k electrón}} = h\cdot\nu_0 + E_{\text{k electrón}}$$

2. Se un protón, H^+, e unha partícula p teñen a mesma enerxía cinética, e sabendo que $m_p = 4\ m_{H^+}$, podemos afirmar que a razón entre as lonxitudes de onda asociadas á partícula, λ_p, e ó protón, λ_{H^+}, é: a) 4; b) 0,5; c) 0,25.

SOL.: **b**

Segundo De Broglie, a lonxitude de onda λ asociada a una partícula material en movemento vén dada pola expresión: $\lambda = \dfrac{h}{m\,v}$, sendo h a constante de Planck, m a masa da partícula e v a súa velocidade. Relacionando λ_p con λ_{H^+} resulta:

$$\left.\begin{array}{l}\lambda_p = \dfrac{h}{m_p\,v_p}\\[2ex] \lambda_{H^+} = \dfrac{h}{m_{H^+}\,v_{H^+}}\end{array}\right\} \rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_{H^+}} = \frac{\dfrac{h}{m_p\,v_p}}{\dfrac{h}{m_{H^+}\,v_{H^+}}} \rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_{H^+}} = \frac{m_{H^+}\,v_{H^+}}{m_p\,v_p}$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{1}{2}m_p\,v_p^2 = \dfrac{1}{2}m_{H^+}\,v_{H^+}^2\\[2ex] m_p = 4\,m_{H^+}\end{array}\right\} \rightarrow 2\,v_p = v_{H^+}$$

$$\rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_{H^+}} = \frac{m_{H^+}\cdot 2\cdot v_p}{4\cdot m_{H^+}\,v_p} \rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_{H^+}} = 0{,}5$$

3. O Principio de indeterminación de Heisenberg establece que:
a) Non hai nada máis pequeno que a constante de Planck.
b) Non se poden medir simultaneamente e con precisión ilimitada o momento lineal e a posición dunha partícula.
c) De tódalas magnitudes físicas, sómente o momento lineal e a velocidade non poden coñecerse con precisión ilimitada.

SOL.: **b**

No mundo macroscópico é posible observar un fenómeno e medir as súas propiedades utilizando instrumentos que non inflúan apreciablemente no resultado da medida. No entanto, no mundo atómico resulta imposible evitar as perturbacións producidas polos aparellos de medida.

Heisenberg establece que existen pares de magnitudes físicas que ó medilas simultaneamente, todo incremento de precisión na medida dunha delas entraña unha menor exactitude na medida da outra, de tal modo que o produto de erros cometidos na medida simultánea de dúas magnitudes asociadas é igual ou maior a $h/(2\,\pi)$.

Estas magnitudes asociadas teñen as dimensións de enerxía po tempo. Exemplos característicos de tales parellas de magnitudes son:

Posición–momento lineal

Enerxía (emitida por unha partícula)–tempo (en que se mide a enerxía)

Sendo o produto dos seus erros: $\Delta x \cdot \Delta p \ge \frac{h}{2\,\pi}$; $\Delta E \cdot \Delta t \ge \frac{h}{2\,\pi}$

4. A enerxía dun cuanto de luz dunha frecuencia dada é directamente proporcional: a) á velocidade da luz; b) á lonxitude de onda; c) á frecuencia da onda.

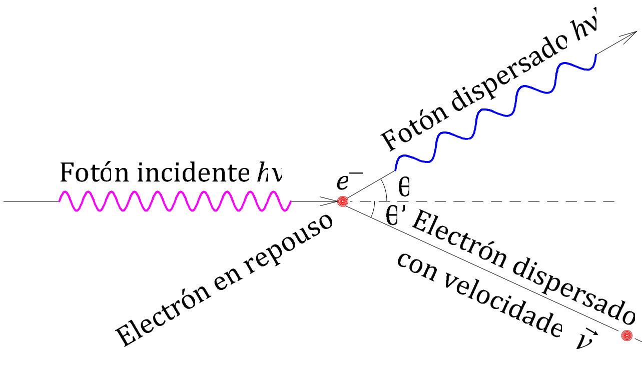
SOL.: **c**

A luz propágase polo espazo transportando enerxía, E, en cuantos ("paquetes" discretos), que se chaman fotóns, que teñen por enerxía: $E = h \cdot \nu$, sendo h a constante de Planck e ν a frecuencia da radiación. Polo tanto, a enerxía dun fotón soamente depende da súa frecuencia, $E \propto \nu$, e a frecuencia é invariable ante os cambios de medio de propagación e, polo tanto, ante variacións de velocidade e lonxitude de onda.

5. Cando se dispersan raios X en grafito, obsérvase que emerxen fotóns de menor enerxía que a incidente e electróns de alta velocidade. Este fenómeno pode explicarse por unha colisión:
a) Totalmente inelástica entre un fotón e un átomo.
b) Elástica entre un fotón e un electrón.
c) Elástica entre dous fotóns.

SOL.: **b**

O efecto Compton é un experimento no que se fan incidir raios X sobre un corpo con electróns ligados debilmente co núcleo do seu átomo, e inicialmente en repouso, observándose que, ademais do electrón dispersado, aparece unha radiación de lonxitude de onda maior á incidente (e polo tanto menos enerxética).



Compton encontrou experimentalmente que a diferenza de lonxitudes de onda da radiación dispersada, λ', e incidente, λ, non depende da lonxitude de onda da radiación incidente nin das propiedades da substancia dispersora, senón que so é función do ángulo θ formado pola dirección destas radiacións, segundo a ecuación: $\lambda' - \lambda = \lambda_C \cdot (1 - \cos\theta)$, sendo λ_C unha constante para todas as substancias, chamada lonxitude de onda de Compton para o electrón.

Se o fotón e o electrón se comportan como dúas partículas que efectúan unha colisión elástica, consérvase a cantidade de movemento e a enerxía e, presentando as ecuacións correspondentes en termos relativistas (pola grande velocidade das partículas), ó resolver o sistema correspondente obtense o seguinte resultado: $\lambda' - \lambda = \frac{h}{m \cdot c} \cdot (1 - \cos\theta)$,

resultado que coincide coa expresión obtida experimentalmente por Compton, sendo $\lambda_C = \frac{h}{m \cdot c}$. Ó substituír *h*, constante de Planck, *m*, masa do electrón en repouso, e *c*, velocidade da luz, o valor que resulta coincide co obtido experimentalmente.

Este fenómeno explícase polo comportamento corpuscular da radiación, que permite unha colisión elástica entre a partícula da radiación, "fotón", e o electrón.

A colisión entre partículas elementais e fotóns son elásticas se o resultado das mesmas seguen a ser as mesmas partículas; unha colisión inelástica requiriría a conxunción das partículas nunha única.

6. A constante de Planck vale $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s. Se de pronto aumentara o seu valor a $6{,}63 \cdot 10^{34}$ J·s, pasaría que:
a) A mecánica cuántica sería aplicable ó mundo macroscópico.
b) A mecánica clásica sería aplicable ó mundo microscópico.
c) A mecánica cuántica e a mecánica clásica intercambiarían os seus campos de aplicación, o mundo microscópico e macroscópico.

SOL. **a.**

O principio de indeterminación de Heisenberg: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$, representa unha indeterminación inherente á propia realidade, polo que tamén existe no macrocosmos, pero o pequeno valor de *h* explica que só se teña en conta cando se trata de partículas subatómicas.

A constante de Planck aplícase ó mundo microscópico, indicando por exemplo o límite do produto dos erros a raíz do principio de indeterminación. Se a constante aumentara, o produto podería ser maior, e polo tanto, afectaría de xeito significativo a cosmos maiores: logo a mecánica cuántica pasaría a ser a mecánica aplicable a nivel macroscópico.

7. As estrelas moi afastadas vense: a) da mesma cor que se estiveran vendo dende unha nave que as orbitara: b) máis vermellas; c) máis azuis.

SOL.**: b**

As estrelas, a grandes distancias, están afastándose unhas das outras, co que se produce o efecto Doppler por afastamento entre a fonte de luz e o observador, coa observación de lonxitudes de onda maiores que as emitidas, isto é, corremento cara ó vermello.

8. A Terra está a quentarse polo efecto invernadoiro. O efecto da lei de Stefan-Boltzman da emisión dun corpo negro fai que: a) se amorteza o quentamento; b) se incremente o quentamento; c) a lei non inflúe no balance de enerxía e polo tanto no quentamento terrestre.

SOL.: **a**

A lei indica que $j = \sigma \cdot T^4$, é dicir, que a potencia emitida é proporcional á potencia 4 da temperatura absoluta. Ó aumentar a temperatura, a potencia emitida aumenta moito máis rápido, co que o aumento da temperatura cada vez necesita relativamente máis enerxía para manterse.

9. Segundo a hipótese de De Broglie, $\lambda = \frac{h}{p}$, os raios de luz de maior lonxitude de onda teñen: a) máis enerxía que os de menor lonxitude de onda; b) menos; c) igual.

SOL.: **b**

Se teñen menor lonxitude de onda, λ, teñen maior cantidade de movemento *p*, logo maior enerxía (para un fotón, $E = p \cdot c$, xa que non hai masa en repouso).

10. As estrelas máis quentes son: a) máis vermellas; b) máis azuis; c) de calquera cor.

SOL.: **b**

Segundo a lei de Wien, $\lambda = \frac{\text{cte}}{T}$, a lonxitude de onda λ á que radia un corpo negro é inversamente proporcional á temperatura absoluta *T*.

Máis quente é sinónimo de que ten maior temperatura e, pola lei de Wien, emite radiación de menor lonxitude de onda no máximo de emisión, ou, o que é o mesmo, de maior frecuencia.

11. Un protón é unha partícula:
a) pertencente ao grupo dos leptóns;
b) pertencente ao grupo dos hadróns;
c) ningunha das respostas anteriores é correcta.

SOL.: **b**

Os hadróns son partículas sensibles ás interaccións fortes. Divídense en barións e mesóns. O protón pertence ao conxunto dos barións.

12. O momento lineal dun fotón de lonxitude de onda 500 nm é:
a) cero;
b) $3{,}32 \cdot 10^{-42}$ kg·m·s^{-1};
c) $1{,}33 \cdot 10^{-27}$ kg·m·s^{-1}.
Dato: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

SOL.: **c**

A masa dun fotón é nula. O seu momento lineal depende da súa frecuencia ou da súa lonxitude de onda $(\lambda \nu = c)$.

$$p=\frac{h}{\lambda} \rightarrow p=\frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{500\cdot 10^{-9}} \rightarrow p=1{,}33\cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

13. Elixe e xustifica a proposición correcta:
a) Os bosóns teñen o espín semienteiro.
b) Os mesóns están formados por un quark e un antiquark.
c) Os quarks mantéñense unidos mediante intercambio de fotóns.

SOL.: **b**

a) Falso, xa que os bosóns teñen o espín enteiro.

b) Correcto, xa que os mesóns son bosóns e polo tanto teñen espín enteiro. A forma de conseguilo é se están formados por un quark e un antiquark.

c) Falso, xa que os quarks mantéñense unidos mediante intercambio de gluóns.

14. Elixe e xustifica a proposición correcta:
a) Os fotóns son bosóns con espín semienteiro.
b) O protón está formado por un quark e un antiquark.
c) Os bosóns transmiten forzas.

SOL.: **c**

a) Falso, xa que os fotóns son bosóns e teñen o espín enteiro.

b) Falso, xa que o protón está formado por tres quarks.

c) Correcto, xa que son as partículas que transmiten (ou mediadoras das) forzas segundo o modelo estándar.

15. Elixe e xustifica a proposición correcta:
a) Os barións están formados por un quark e un antiquark.
b) Os electróns están formados por quarks.
c) O neutrón está formado por tres quarks.

SOL.: **c**

a) Falso, xa que os barións están formados por tres quarks.
b) Falso, xa que os electróns non están formados por outras partículas e considéranse fundamentais no modelo estándar.
c) Correcto, xa que se trata dun barión e estes están formados por tres quarks.

16. Elixe e xustifica a proposición correcta:

a) Un electrón é un leptón bosónico.

b) Un fotón é un bosón.

c) O neutrino é un hadrón fermiónico.

SOL.: **b**

a) Falso, xa que os leptóns son fermiónicos, e polo tanto non pode ser un bosón.

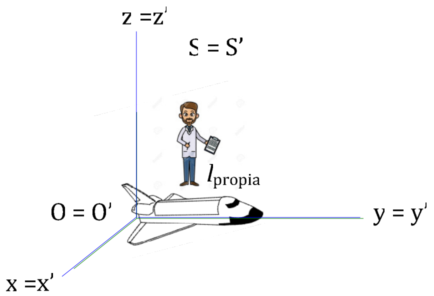
b) Correcto, xa que os bosóns son as partículas mediadoras e o fotón é a partícula responsable da interacción electromagnética.

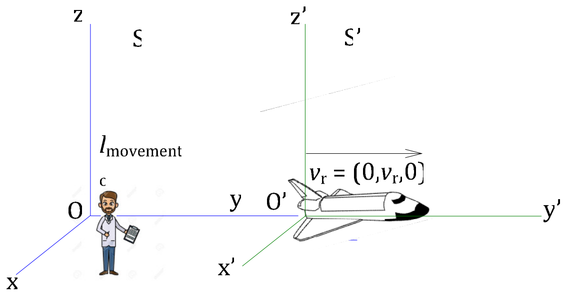
c) Falso, xa que o neutrino é unha partícula fundamental e polo tanto é un leptón, non un hadrón.

RELATIVIDADE. PROBLEMAS

1. Cando unha nave espacial está en repouso na Terra a súa lonxitude propia é de 100 m.
a) Cal será a lonxitude da nave segundo un observador na Terra cando a nave se mova cunha velocidade de $2{,}5\cdot10^8$ m·s^{-1}?
b) Segundo un dos viaxeiros da nave tardan en alcanzar a outra nave espacial unha hora. Cal é a distancia que terá percorrido a primeira nave nese tempo?
c) Un observador na Terra diría que a nave tardou unha hora en alcanzar á segunda nave? Razoa a resposta.

a) A lonxitude que mide o observador da Terra é a correspondente a unha lonxitude en movemento, $l_{\text{movemento}}$, xa que a lonxitude propia é a medida no sistema de referencia da nave (en repouso).





$$l_{\text{propa}} = l' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot l_{\text{movemento}} \quad\rightarrow\quad 100 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\left(2{,}5\cdot10^8\right)^2}{\left(3\cdot10^8\right)^2}}}\cdot l_{\text{movemento}} \quad\rightarrow\quad \boxed{l_{\text{movemento}} = 55{,}3\ \text{m}}$$

b) A distancia que percorre a nave, determinada no sistema de referencia da primeira nave, será:

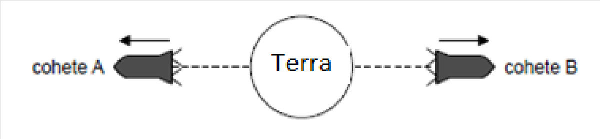
$$d = v\cdot t \quad\rightarrow\quad d = 2{,}5\cdot10^8\cdot3600 \quad\rightarrow\quad \boxed{d = 9{,}0\cdot10^{11}\ \text{m}}$$

c) O observador que está na Terra estaría en movemento relativo con respecto á nave, que é onde se rexistra o tempo propio, t', polo que o tempo que medirá o terrícola, t, estará "dilatado" respecto ó tempo propio medido polo observador da nave:

$t = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot t'$, e como $\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} > 1$ ocorre que $t > t'$. O valor de t é:

$$t = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\left(2{,}5\cdot10^8\right)^2}{\left(3\cdot10^8\right)^2}}}\cdot 1 \quad\rightarrow\quad \boxed{t = 1{,}81\ \text{h}}$$

2. Os foguetes A e B desprázanse en sentidos opostos desde a Terra ao longo dunha mesma liña recta. No sistema de referencia da Terra, a rapidez do foguete A é de 0,75 *c* e a rapidez do foguete B é 0,50 *c*.



Calcula, para o sistema de referencia da Terra, a rapidez do foguete B segundo:
a) A transformación galileana.
b) A transformación de Lorentz.
c).Resuma, en relación coa relatividade especial, cal dos cálculos anteriores é mais probable que sexa válido.

a) Aplicando a transformación galileana:

$$v = v_B - v_A \quad \rightarrow \quad v = 0{,}5\,c - (-0{,}75\,v) \quad \rightarrow \quad \boxed{v = 1{,}25\,c}$$

b) Aplicando a transformación de velocidade relativista:

$$v = \frac{v_B - v_A}{1 + \frac{v_B \cdot v_A}{c^2}} \quad \rightarrow \quad v = \frac{0{,}5\,c - (-0{,}75\,c)}{1 - \frac{0{,}5\,c \cdot (-0{,}75\,c)}{c^2}} \quad \rightarrow \quad \boxed{v = 0{,}91\,c}$$

c) Nada pode viaxar mais rápido que a velocidade da luz, logo a resposta válida será a obtida no apartado b), empregando a transformación de Lorentz.

3.

a) A lonxitude dunha regra en movemento rectilíneo e uniforme, segundo o eixo X, medida por un observador ligado a ela, é de 1,00 m e medida por un observador exterior en repouso, é de 0,99 m. Cal é a velocidade relativa da regra?

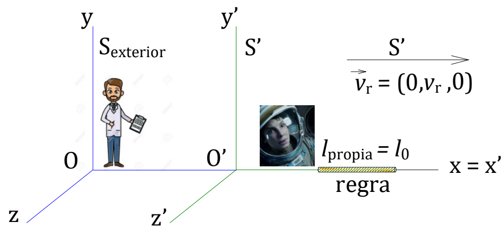
b) O observador ligado á regra dispón dun péndulo simple cun período de 3,00 s. Cal é o período do péndulo para o observador exterior en repouso?

c) Compara lonxitudes e intervalos de tempo nas físicas pre-relativista e relativista.

Dato: $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m·s^{-1}

a) O observador ligado á regra (que está en repouso relativo respecto a ela) mide a lonxitude propia, l_0 = 1,00 m.

O observador exterior, en movemento relativo con respecto á regra, mide a lonxitude en movemento, $l_{\text{movemento}}$ = 0,99 m.



$$l_{\text{propa}} = l' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot l_{\text{movemento}} \quad \rightarrow \quad 1{,}00 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_r^2}{\left(3 \cdot 10^8\right)^2}}} \cdot 0{,}99 \quad \rightarrow \quad \boxed{v_r = 4{,}23 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

b) O observador ligado á regra en repouso relativo con respecto ó suceso mide o tempo propio, $t_{\text{propio}} = t'$ = 3 s. O observador exterior, en movemento relativo cunha velocidade v_r con respecto ó suceso, mide un tempo $t = t_{\text{movemento}}$. A relación entre t_{propio} e $t_{\text{movemento}}$ vén dada pola expresión: $t_{\text{movemento}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}} \cdot t_{\text{propio}}$, sendo c a velocidade da luz no baleiro.

$$t_{\text{movemento}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}} \cdot t_{\text{propio}} \quad \rightarrow \quad t_{\text{movemento}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\left(4{,}23 \cdot 10^7\right)^2}{\left(3 \cdot 10^8\right)^2}}} \cdot 3{,}00 \quad \rightarrow \quad \boxed{t_{\text{movemento}} = 3{,}03 \text{ s}}$$

c) Física pre-relativista:

- A lonxitude é absoluta (pódese demostrar usando as transformacións de Galileo).
- Os intervalos de tempo son absolutos.

Física relativista:

- A lonxitude non é absoluta: $l_{\text{propia}} > l_{\text{movemento}}$ (Contracción da lonxitude).
- Os intervalos de tempo non son absolutos: $t_{\text{propio}} < t_{\text{movemento}}$ (Dilatación do tempo).

4. Ao pasar preto da Terra unha nave espacial, tanto un observador na Terra como un observador na nave espacial poñen en marcha os seus reloxos. A hora inicial nos dous reloxos é as 12 da medianoite. A nave espacial desprázase a unha velocidade constante cun valor 0,6 c. Unha estación espacial permanece estacionaria con respecto á Terra e transporta reloxos que tamén mostran a hora da Terra.

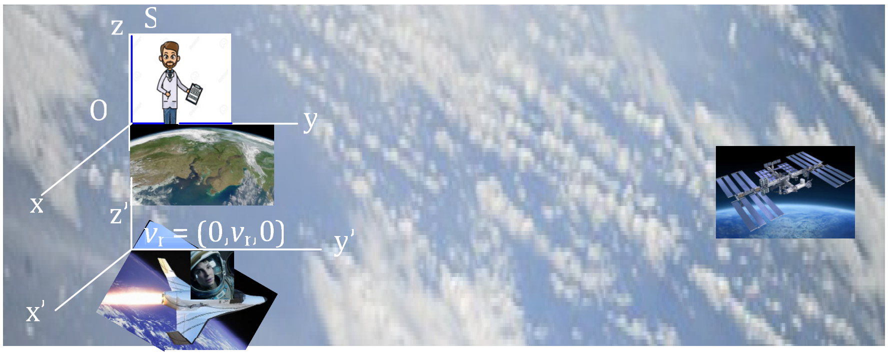
a) Calcula o factor de Lorentz, γ.

b) A nave espacial pasa xunto á estación espacial 90 min despois, segundo a medición do reloxo da nave espacial. Determina, para o sistema de referencia da Terra, a distancia entre a Terra e a estación espacial.
c) Cando a nave espacial pasa xunto a estación espacial, esta envía un sinal de radio á Terra. A recepción deste sinal na Terra é o suceso A. Determine a hora do reloxo da Terra á que ocorre o suceso A.

a)

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(0,6\,c)^2}{c^2}}} \rightarrow \boxed{\gamma = 1,25}$$

b) A distancia medida polo observador da nave será:



$$d = v \cdot t \rightarrow d = 0,6 \cdot c \cdot 90 \cdot 60 \rightarrow d = 9,72 \cdot 10^{11}\ \text{m}$$

Esta distancia é a medida por un observador que está en movemento relativo con respecto ó suceso, $l_{\text{movemento}}$, lonxitude que para un observador situado na Terra está en repouso, medindo a lonxitude propia, l_{propia}:

$$l_{\text{propa}} = \gamma \cdot l_{\text{movemento}} \rightarrow l_{\text{propa}} = 1,25 \cdot 9,72 \cdot 10^{11} \rightarrow \boxed{l_{\text{propa}} = 1,22 \cdot 10^{12}\ \text{m}}$$

c) O sinal viaxa á velocidade da luz e o tempo t que tarda en chegar á Terra medido por un terrícola é:

$$t = \frac{l_{\text{propia}}}{c} \rightarrow t = \frac{1,22 \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^{8}} \rightarrow t = 4067\ \text{s}$$

A este tempo hai que engadirlle o tempo, no sistema de referencia da Terra, investido pola nave espacial en ir desde a Terra ata a estación espacial:

$$t_{\text{movemento}} = \gamma \cdot t_{\text{propio}} \rightarrow t_{\text{movemento}} = 1,25 \cdot 90 \cdot 60 \rightarrow t_{\text{movemento}} = 6750\ \text{s}$$

Vemos que o tempo medido desde a Terra é mais grande que o tempo medido desde a nave (neste caso 90 min é o tempo propio porque é o intervalo de tempo medido entre dous sucesos, “nave que pasa preto da Terra” e “nave que pasa xunto á estación espacial”, que ocorren no mesmo lugar para o observador da nave).

O tempo total é: $t_{\text{total}} = 4067 + 6750 \rightarrow t_{\text{total}} = 10817\ \text{s}$

$$t_{\text{total}} = 10817\ \text{s} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} \rightarrow t_{\text{total}} = 3.00\ \text{h}$$

$\boxed{\text{Na Terra, o suceso A ten lugar ás: 3.00 h}}$

5. A enerxía total dun electrón é catro veces a súa enerxía en repouso.
a) Cal é a enerxía en repouso do electrón?
b) Cal é a velocidade do electrón?
c) Cal é a enerxía cinética do electrón?
Dato: $m_{\text{electrón}}$ = 9,1·10^{-31} kg.

a) Aplicando a definición de enerxía en repouso:

$$E_0 = m \cdot c^2 \quad \rightarrow \quad E_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(3 \cdot 10^8\right)^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{E_0 = 8{,}2 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}$$

b) A partir da definición da enerxía relativista do electrón, comparada co valor da enerxía en repouso, podemos obter o valor do factor γ:

$$E = \gamma \cdot E_0 \quad \rightarrow \quad 4 \cdot E_0 = \gamma \cdot E_0 \quad \rightarrow \quad \gamma = 4$$

A partir do cal se pode determinar o valor da velocidade do electrón:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \rightarrow \quad 4 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \rightarrow \quad v = 0{,}97\, c \quad \rightarrow \quad v = 0{,}97 \cdot 3 \cdot 10^8 \quad \rightarrow \quad \boxed{v = 2{,}91 \cdot 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

c) A enerxía cinética do electrón será:

$$E_\text{k} = \gamma \cdot m \cdot c^2 - m \cdot c^2 \quad \rightarrow \quad E_\text{k} = 4 \cdot E_0 - E_0 = 3 \cdot E_0 \quad \rightarrow \quad E_\text{k} = 3 \cdot 8{,}2 \cdot 10^{-14} \quad \rightarrow \quad \boxed{E_\text{k} = 2{,}46 \cdot 10^{-13}\ \text{J}}$$

6. A masa do protón en repouso é 1,67·10^{-27} kg. Se o protón ten unha velocidade de 2,70·10^{8} m·s^{-1}, calcula:
a) A cantidade de movemento a esa velocidade.
b) A enerxía total do protón.
c) A enerxía en repouso e a enerxía cinética do protón.

a) Hai que ter en conta que a masa debe considerarse como *invariante*, independentemente da súa rapidez. A masa dun obxecto, en todos os marcos de referencia, considérase como a masa medida por un observador en repouso respecto do obxecto.

Calculamos a cantidade de movemento relativista p:

$$\left.\begin{array}{l} p=\gamma m v \\ \gamma=\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \gamma=\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{\left(2{,}70\cdot 10^8\right)^2}{\left(3{,}00\cdot 10^8\right)^2}}} \rightarrow \gamma=2{,}29 \end{array}\right\} \rightarrow p=2{,}29\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 2{,}70\cdot 10^8 \rightarrow \boxed{p=1{,}03\cdot 10^{-18}\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

b) A enerxía total relativista E será:

$$E=\gamma\cdot m\cdot c^2 \quad\rightarrow\quad E=2{,}29\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot\left(3\cdot 10^8\right)^2 \quad\rightarrow\quad \boxed{E=3{,}44\cdot 10^{-10}\ \text{J}}$$

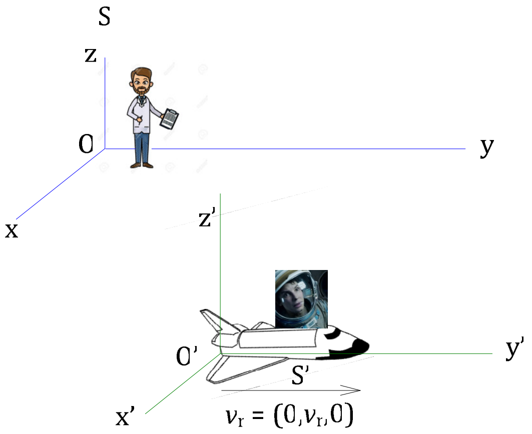
c) Calculamos a enerxía en repouso E_0 e a enerxía cinética E_k:

$$E_0=m\cdot c^2 \quad\rightarrow\quad E_0=1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot\left(3{,}00\cdot 10^8\right)^2 \quad\rightarrow\quad \boxed{E_k=1{,}50\cdot 10^{-10}\ \text{J}}$$

$$E_k=E_{\text{relativistra}}-E_{\text{repouso}} \quad\rightarrow\quad E_k=E-E_0 \quad\rightarrow\quad E_k=3{,}44\cdot 10^{-10}-1{,}50\cdot 10^{-10} \quad\rightarrow\quad \boxed{E_k=1{,}94\cdot 10^{-10}\ \text{J}}$$

7. Un astronauta, que viaxa nunha nave espacial de 300,0 kg á velocidade $\vec{v} = 0{,}7\,c\,\vec{j}$, sendo c a velocidade da luz no baleiro, mide o ancho da nave obtendo un valor de $\vec{x} = 20{,}0\,\vec{i}\ (\text{m})$ e o seu longo, sendo $\vec{y} = 50{,}0\,\vec{j}\ (\text{m})$.
Calcula os valores que un observador situado na Terra obterá para:
a) A superficie rectangular da nave.
b) A cantidade de movemento relativista da nave.
c) A velocidade que debería posuír a nave en relación a c para que lle pareza cadrada.

a) Calculamos a superficie rectangular S da nave multiplicando ás súas dimensións: $S = x \cdot y$. Na dirección do eixe x a nave non se move e a medida que fan os dous observadores é a mesma. Sen embargo, para o observador da Terra, a lonxitude $y_{\text{observador Terra}}$ paralela ó desprazamento vese afectada pola velocidade, $\vec{v}_{\text{r}}$, e para el o valor que lle corresponde é:



$$y_{\text{observador da Terra}} = \frac{y_{\text{propia}}}{\gamma} = \frac{y_{\text{propia}}}{\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v_{\text{r}}^2}{c^2}}}}$$

$$y_{\text{observador da Terra}} = \sqrt{1-\frac{(0{,}7\,c)^2}{c^2}} \cdot 50{,}0 \quad \rightarrow \quad y_{\text{observador da Terra}} = 35{,}7 \text{ m}$$

$$S_{\text{observador da Terra}} = 20{,}0 \cdot 35{,}7 \quad \rightarrow \quad \boxed{S_{\text{observador da Terra}} = 714 \text{ m}^2}$$

b) Hai que ter en conta que a masa debe considerarse como *invariante*, independentemente da rapidez. A masa dun obxecto en todos os marcos de referencia considérase como a masa medida por un observador en repouso respecto do obxecto.

Calculamos a cantidade de movemento relativista p:

$$p = \gamma\, m\, v = \frac{m\,v}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \quad \rightarrow \quad p = \frac{300{,}0 \cdot 2{,}10 \cdot 10^8}{\sqrt{1-\dfrac{(0{,}7\,c)^2}{c^2}}} \quad \rightarrow \quad \boxed{p = 8{,}82 \cdot 10^{10} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

b) Como $x = x$'; para que o observador en movemento relativo respecto á nave a vexa de forma cadrada, a súa lonxitude y ($y_{\text{observador da Terra}}$) ten que ser igual que x: $y_{\text{observador da Terra}}$ = 20,0 m.

$$y_{\text{observador da Terra}} = \sqrt{1-\frac{v_{\text{r}}^2}{c^2}} \cdot y_{\text{propia}} \quad \rightarrow \quad 20{,}0 = \sqrt{1-\frac{v_{\text{r}}^2}{c^2}} \cdot 50{,}0 \quad \rightarrow \quad \boxed{v_{\text{r}} = 0{,}9\,c}$$

8. Calcula:

a) En relación á velocidade da luz no baleiro, *c*, a velocidade á que a enerxía dun protón sería dobre da que posúe en repouso.

b) O traballo necesario, en J e en eV, para incrementar a velocidade do protón desde o repouso ata o valor de 0,87 *c*.

c) Cando un protón acada una velocidade moi próxima á velocidade da luz, qué lle pasa a súa enerxía cinética? Podería o protón a acadar a velocidade da luz?

Datos: $m_{\text{protón}} = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg; $q_{\text{protón}} = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

a) A masa é un *invariante*, independentemente da rapidez (a masa dun obxecto, en todos os marcos de referencia, considérase como a masa medida por un observador en repouso respecto do obxecto). O que cambia co marco de referencia é a enerxía relativista dunha masa, xa que a enerxía cinética depende da velocidade relativa entre masa e o observador. A enerxía relativista (E) está relacionada coa enerxía en repouso (E_0) a través da expresión: $E = \gamma \cdot E_0 = \dfrac{E_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

$$\left.\begin{array}{l} E = \gamma \cdot E_0 = \dfrac{E_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \\ E = 2\cdot E_0 \end{array}\right\} \rightarrow \ 2\cdot E_0 = \dfrac{E_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \ \rightarrow \ \boxed{v = 0{,}87\,c}$$

O resultado é independente de que a masa sometida a esa velocidade sexa un protón ou calquera outra partícula.

b) O traballo a realizar sería o equivalente á enerxía cinética que adquire:

$$E_{\text{k}} = E - E_0 = \gamma\, m\, c^2 - m\, c^2 = (\gamma - 1)\, m\, c^2$$

$$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \ \rightarrow \ \gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{(0{,}87\,c)^2}{c^2}}} \ \rightarrow \ \gamma = 2{,}03$$

$$W = \Delta E_{\text{k}} = (\gamma-1)\, m\, c^2 = (2{,}03-1)\cdot 1{,}67\cdot10^{-27}\left(3{,}00\cdot10^8\right)^2 \ \rightarrow \ W = 1{,}55\cdot10^{-10}\ \text{J}$$

Como o eV é a enerxía que adquire un electrón cando se somete á diferenza de potencial de un voltio, resulta:

$$\left|q_{e^-}\right| = e = 1{,}60\cdot10^{-19}\ \text{C} \rightarrow 1\ \text{eV} = 1{,}60\cdot10^{-19}\ \text{C}\cdot 1\ \text{V} = 1{,}60\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

$$E = 1{,}55\cdot10^{-10}\ \text{J}\cdot\dfrac{1\ \text{eV}}{1{,}60\cdot10^{-19}\ \text{J}} \ \rightarrow \ \boxed{E = 9{,}69\cdot10^{8}\ \text{eV}}$$

c) Posto que $E_{\text{k}} = (\gamma-1)\, m_{\text{protón}}\cdot c^2$, cando o protón se achegue a velocidade da luz, γ tenderá a infinito e, polo tanto, a enerxía cinética tamén. Isto pode interpretarse como que para que un protón acadase a velocidade da luz, sería preciso aportarlle unha enerxía infinita. Igual ocorrería con calquera masa, por iso ningunha masa pode moverse á velocidade da luz.

9. Dous protóns chocan de fronte entre si cada un deles a unha velocidade 0,99 *c* en relación a un observador. Calcula:
a) A suma de masa e enerxía dispoñible no choque.
b) A velocidade relativa dun protón respecto ó outro no choque.
c) A relación entre o tempo propio dun dos protóns que chocan e o do observador.
Dato: m_p = 1,67·10^{-27} kg.

a) A partir de la expresión: $E^2 = \left(m\,c^2\right)^2 + p^2\,c^2$

E considerando que se trata de 2 protóns, a enerxía total será:

$$E = 2\cdot\sqrt{\left(m\,c^2\right)^2 + p^2\,c^2}$$

Onde:

$$p = \gamma\,m\,v = \frac{m\,v}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \;\rightarrow\; p = \frac{1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 0{,}99\cdot 3\cdot 10^{8}}{\sqrt{1-\dfrac{(0{,}99\,c)^2}{c^2}}} \;\rightarrow\; \boxed{p = 3{,}52\cdot 10^{-18}\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

Polo tanto, a enerxía relativista será:

$$E = 2\cdot\sqrt{\left[1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot\left(3\cdot 10^{8}\right)^2\right]^2 + \left(3{,}52\cdot 10^{-18}\right)^2\cdot\left(3\cdot 10^{8}\right)^2} \;\rightarrow\; \boxed{E = 2{,}13\cdot 10^{-9}\ \text{J}}$$

b) A velocidade relativa entre ambos protóns virá determinada por: $u' = \dfrac{u-v}{1-\dfrac{u\cdot v}{c^2}}$

Si temos en conta que ambos protóns chegan con velocidades iguais en sentidos opostos: $u = -v$.

$$u' = \frac{u-v}{1-\dfrac{u\cdot v}{c^2}} \;\rightarrow\; u' = \frac{0{,}99\,c + 0{,}99\,c}{1+\dfrac{0{,}99\,c\cdot 0{,}99\,c}{c^2}} \;\rightarrow\; \boxed{u' = 0{,}99995\,c}$$

c) A relación entre ambos tempos ven determinada por: $\Delta t = \gamma\,\Delta t_{\text{propio}}$

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_{\text{propio}}} = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \;\rightarrow\; \frac{\Delta t}{\Delta t_{\text{propio}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{(0{,}99\,c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}98}} = 7{,}07 \;\rightarrow\; \boxed{\frac{\Delta t_{\text{propio}}}{\Delta t} = 0{,}14}$$

A partir de γ, poderíase determinar o apartado a), posto que a enerxía total tamén se conserva no choque:

$$E = E_1 + E_2 = 2\cdot\gamma\cdot m\cdot c^2 \;\rightarrow\; E = 2\cdot 7{,}07\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot\left(3\cdot 10^{8}\right)^2 \;\rightarrow\; E = 2{,}13\cdot 10^{-9}\ \text{J}$$

10. Unha nave espacial que dende o chan vese a 0,5 c dispara un proxectil a unha velocidade de 0,5 c relativa á nave. Calcula a velocidade do proxectil visto dende o chan:

a) Se é disparado cara adiante.

b) Se é disparado cara atrás.

c) Calcula o erro cometido no cálculo da enerxía cinética da nave se, en troques de usar a relación relativista, o facemos pola relación da enerxía cinética na física clásica.

A determinación da velocidade do proxectil virá determinada por: $u=\dfrac{u'-v}{1-\dfrac{u\cdot v}{c^2}}$

Onde v sería a velocidade do proxectil, u' a velocidade medida por un observador que estivese dentro da nave espacial, e u sería a velocidade medida polo observador situado no chan.

a) Se é disparado cara adiante:

$$u=\frac{u'+v}{1+\dfrac{u'\cdot v}{c^2}} \rightarrow u=\frac{0,5\,c+0,5\,c}{1+\dfrac{0,5\,c\cdot 0,5\,c}{c^2}} \rightarrow \boxed{u=0,8\,c}$$

b) Se é disparado cara atrás:

$$u=\frac{u'+v}{1+\dfrac{u'\cdot v}{c^2}} \rightarrow u=\frac{0,5\,c-0,5\,c}{1+\dfrac{0,5\,c\cdot 0,5\,c}{c^2}} \rightarrow \boxed{u=0}$$

c) Determínase previamente a enerxía cinética en ambos casos:

Física clásica:

$$E_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \rightarrow E_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot(0,5\,c)^2 \rightarrow E_{\mathrm{k}}=0,125\,m\,c^2$$

Física relativista:

$$E_{\mathrm{k}}=\gamma\cdot m\cdot c^2-m\cdot c^2 \rightarrow E_{\mathrm{k}}=\frac{m}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}c^2-m\,c^2=\frac{m}{\sqrt{1-\dfrac{(0,5\,c)^2}{c^2}}}c^2-m\,c^2 \rightarrow E_{\mathrm{k}}=0,155\,m\,c^2$$

A diferenza entre ambas enerxías é: $|\Delta E_{\mathrm{k}}|=|0,125\,m\,c^2-0,15\,m\,c^2| \rightarrow |\Delta E_{\mathrm{k}}|=0,030\,m\,c^2$

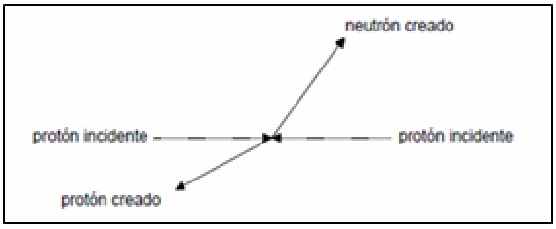
Polo que resulta unha imprecisión relativa de: $\dfrac{|\Delta E_{\mathrm{k}}|}{E_{\mathrm{k\,relativ}}}\cdot 100=\dfrac{0,030}{0,155}\cdot 100 \rightarrow \boxed{19\,\%}$

11. Dous protóns, desprazándose en sentidos opostos, colisionan. Cada un ten unha enerxía total de 3,35 GeV.

a) Calcule o factor gamma (γ) para un dos protóns.

b) Como resultado da colisión, os protóns son aniquilados, creándose tres partículas, un protón, un neutrón e un pión. O pión ten unha masa en repouso de 140 MeV/c^2. A enerxía total do protón e do neutrón emitidos pola interacción é de 6,20 GeV. Determine, expresado en MeV/c, o momento do pión.

c) diagrama mostra as traxectorias dos protóns incidentes xunto co protón e neutrón creados na interacción. Sobre o diagrama, debuxe a traxectoria do pión.



Dato: masa protón: 938,272 MeV/c^2

a) Na teoría da relatividade especial, a relación entre a enerxía total (depende do observador, xa que é a suma da enerxía cinética e da enerxía en repouso) e a enerxía en repouso (independente do observador, xa que está asociada a masa -en repouso- da partícula), vén dada pola ecuación: $\gamma = \dfrac{E}{E_0}$

Onde: E é a enerxía relativista, E_0 a enerxía en repouso e γ o factor de Lorentz

$$\gamma = \frac{350\ \text{MeV}/c^2}{938\ \text{MeV}/c^2} \quad \rightarrow \quad \boxed{\gamma = 3{,}57}$$

b) Aplicando o principio de conservación da enerxía, a enerxía do pión será:

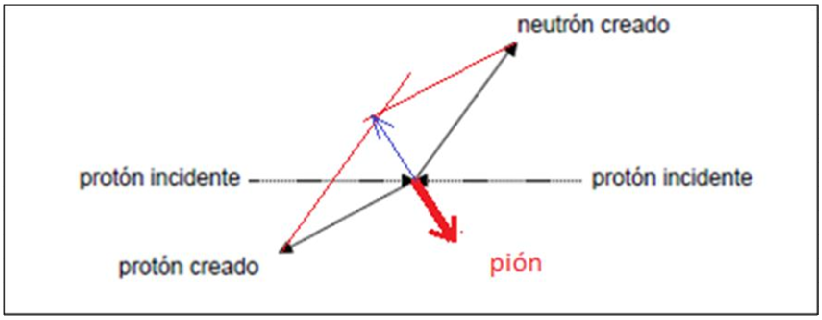
$$\Delta E = 0 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot E_{\text{protón}} - \left(E_{\text{protón}} + E_{\text{neutrón}} + E_{\text{pión}}\right) = 0$$

$$E_{\text{pión}} = 3350 \cdot 2 - 6200 \quad \rightarrow \quad E_{\text{pión}} = 500\ \text{MeV}/c^2$$

A enerxía e o momento dunha partícula están relacionados mediante a seguinte ecuación:

$$E^2 - p^2 \cdot c^2 = m^2 \cdot c^4 \quad \rightarrow \quad 500^2 - p^2 \cdot c^2 = \left(\frac{140}{c^2}\right) \cdot c^4 \quad \rightarrow \quad \boxed{p = 480\ \text{MeV}/c}$$

c) A representación vectorial debe garantir a conservación do momento.



RELATIVIDADE. CUESTIÓNS

1. Que nos di a ecuación $E = m·c^2$?
a) A masa e a enerxía son dúas formas da mesma magnitude.
b) A masa convértese en enerxía cando viaxa á velocidade da luz.
c) A masa convértese en enerxía cando o corpo se despraza á velocidade da luz ó cadrado.

SOL.: **a**

A ecuación $E = m \cdot c^2$ relaciona unha determinada enerxía coa masa equivalente na que é capaz de transformarse ou viceversa: Unha cantidade m de masa pode producir unha enerxía E, e unha enerxía E pode xerar unha masa m. Así, a ecuación presentada é a que nos dá a equivalencia entre masa e enerxía, proposta por Einstein, e da que unha das aplicacións é o cálculo da enerxía que unha determinada cantidade de masa pode subministrar.

2. Un vehículo espacial afástase da Terra cunha velocidade de 0'5 c (c = velocidade da luz). Dende a Terra mándase un sinal luminoso e a tripulación mide a velocidade do sinal, obtendo o valor: a) 0'5 c; b) c; c) 1'5 c.

SOL.: **b**

De acordo coa teoría da relatividade especial, a velocidade da luz é independente, para cada medio, do movemento relativo dos observadores inerciais e do movemento das fontes ou focos luminosos. E, ademais é unha velocidade límite.

A velocidade da luz é independente do sistema de referencia elixido, logo no foguete ou na Terra a velocidade será a mesma (de calquera xeito, a suma non sería lineal, logo non podería dar 1 ± 0'5 c).

3. Un raio de luz :
a) Ten menor enerxía se vai a menor velocidade.
b) Non varía a súa enerxía coa velocidade.
c) Non pode variar a súa velocidade.

SOL.:**c**

De acordo cos postulados da teoría da relatividade especial, a velocidade da luz é unha invariante e independente do movemento relativo dos focos e dos observadores.
A luz, se non cambia de medio de transmisión, non varía de velocidade. E, en caso de que cambiara de medio, e polo tanto de velocidade, tampouco varía a súa enerxía, que depende da frecuencia, que non varía.

4. A ecuación de Einstein $E = m·c^2$ implica que:
a) Unha determinada masa m necesita unha enerxía E para poñerse en movemento.
b) A enerxía E é a que ten unha masa m cando vai á velocidade da luz.
c) E é a enerxía equivalente a unha determinada masa.

SOL.: **c**

A ecuación $E = m·c^2$ relaciona unha determinada enerxía coa masa equivalente na que é capaz de transformarse ou viceversa: Unha cantidade m de masa pode producir unha enerxía E, e unha enerxía E pode xerar unha masa m. Así, a ecuación presentada é a da equivalencia entre masa e enerxía, proposta por Einstein e na que unha das aplicacións é o cálculo da enerxía que unha determinada cantidade de masa pode subministrar.

5. Un observador A equidistante entre a Terra e a Lúa observa dous pares de sucesos, un na Terra, T_1 e T_2, e outro na Lúa, L_1 e L_2, medindo igual duración entre T_1 e T_2 que entre L_1 e L_2. Outro observador B está achegándose á Lúa e separándose da Terra, e observa os mesmos sucesos.
a) O tempo medido por B entre T_1 e T_2 é maior que o medido entre L_1 e L_2.
b) O tempo medido por B entre T_1 e T_2 é menor que o medido entre L_1 e L_2.
c) O tempo medido por B entre T_1 e T_2 é igual que o medido entre L_1 e L_2.

SOL.: **a**

Ó afastarse da Terra, a luz tarda máis en chegar a B, logo o tempo medido por B entre T_1 e T_2 será maior que o medido por A. Polo contrario, ó achegarse á Lúa, a luz tarda cada vez menos en chegar a B, co que tempo medido por B entre L_1 e L_2 será menor que o medido por A.