Solucións Problemas Competenciais. Problema 1

1.1.
Temos a variable: $X_{MP} =$ "Tempo medio de desprazamento para traballadores que empregan medios propios". $X_{MP} \to N(27, \sigma)$

Para calcular a probabilidade solicitada, debemos calcular previamente o valor da desviación típica σ. Sabemos polos datos do exercicio que o intervalo de confianza con nivel de confianza do 95% para a media da variable X_{MP} foi (24,06 ; 29,94).

Tendo en conta a expresión do intervalo de confianza con nivel de confianza 1-α para a media dunha variable con distribución normal, $\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, podemos igualar dita expresión a $(24{,}06; 29{,}94)$.

Como coñecemos $\bar{x} = 27$ que coincide co punto medio do intervalo, $z_{\alpha/2} = z_{0{,}025} = 1{,}96$ e $\sqrt{n} = \sqrt{100} = 10$, temos que $24{,}06 = 27 - 1{,}96 \times \frac{\sigma}{10}$.
Despexando obtemos que $\sigma = 12$. Polo tanto, a probabilidade pedida é :
$P(X_{MP} > 25) = P\left(Z > \frac{25-2}{12}\right) = P(Z > -0{,}17) = 0{,}5675.$

1.2.
Consideremos os seguintes sucesos tendo en conta os medios de transporte empregados polos traballadores para acudir ao traballo:
MP="Empregan medios propios", e
TP="Empregan transporte público".

Sábese que $P(MP) = 0{,}6, P(TP) = 0{,}4.$

Pídese calcular a probabilidade do seguinte suceso T="Un empregado elixido ao azar tarde máis de 25 minutos en chegar dende o domicilio ata o traballo". Como temos unha partición (ou un sistema completo de sucesos) podemos empregar o Teorema da probabilidade total.

$$P(T) = P(T/MP)P(MP) + P(T/TP)P(TP).$$

Tendo en conta os datos do exercicio, que $P(T/MP) = P(X_{MP} > 25)$ e a simetría da variable con distribución normal (o que significa que $P(T/TP) = 0{,}5$ por ser a media 25) teríamos substituíndo na expresión anterior o seguinte resultado:

$$P(T) = P(T/MP)P(MP) + P(T/TP)P(TP) = 0{,}5675 \times 0{,}6 + 0{,}5 \times 0{,}4 = 0{,}427.$$

1.3.
O primeiro intervalo $(19; 27)$ non podería ser xa que está centrado en 23, e o punto medio tería que coincidir coa estimación da media que foi 24.
O segundo intervalo $(22; 26)$ ten lonxitude igual a 4. Tendo en conta que os datos da desviación típica e o tamaño de mostra coinciden para os dous grupos, como agora o nivel de confianza é maior, a lonxitude do intervalo de confianza para a media do tempo de desprazamento dos que empregan transporte público con nivel de confianza do 99% tería que ser maior que a lonxitude do intervalo proporcionado para media da variable X_{MP} con nivel de confianza do 95%, que foi de 5,88.

Solucións Problemas Competenciais. Problema 2

2.1.
Consideremos os seguintes sucesos:
P_1="Gañar na primeira fase xogando en primeiro lugar", e
S_1="Gañar na primeira fase xogando de segundo"

Como hai 3 portas e o premio está nunha delas, é evidente que $P(P_1) = 1/3$. Do anterior tamén temos que $P(\overline{P_1}) = 2/3$, e sabemos que os sucesos P_1 e $\overline{P_1}$ forman unha partición. Para calcular a probabilidade de gañar xogando de segundo, debemos ter en conta: i) que o primeiro xogador non elixiu a porta premiada; ii) entre as dúas portas que quedan debe elixirse a premiada. Así, aplicando o Teorema da probabilidade total:

$$P(S_1) = P(S_1/P_1) \times P(P_1) + P(S_1/\overline{P_1}) \times P(\overline{P_1}) = 0 \times 1/3 + 1/2 \times 2/3 = 1/3.$$

Polo tanto, é indiferente para gañar na primeira fase xogar en primeiro ou en segundo lugar.

2.2.
Para que gañe o segundo xogador ten que perder o primeiro, entón non poden ocorrer os dous conxuntamente, é dicir, son sucesos incompatibles, e temos que $P_1 \cap S_1 = \emptyset$.
Tendo en conta que $P(P_1 \cap S_1) = P(\emptyset) = 0 \neq 1/9 = 1/3 \times 1/3 = P(P_1)P(S_1)$, os sucesos P e S non son independentes.

2.3.
Dous sucesos incompatibles con probabilidade positivas non poden ser independentes. A probabilidade da intersección é 0, mentres que o produto das probabilidades individuais será maior que 0 por ser as dúas positivas, polo que serán diferentes.

Supoñamos dous sucesos incompatibles, A e B con probabilidade positivas, se fosen independentes a ocorrencia dun deles non daría información sobre a probabilidade da ocorrencia do outro. E isto non é certo, xa que se o suceso A ocorre, está proporcionando información sobre a ocorrencia de B, xa que B non podería ocorrer, por ser incompatibles.

2.4.
Consideremos os seguintes sucesos:
G_2="Gañar na segunda fase se non cambia de porta"
H_2="Gañar na segunda fase cambiando de porta"

En relación á segunda fase, temos a seguinte partición (ou sistema completo de sucesos) formada polos sucesos:
A="O premio está na porta elixida en primeiro lugar", e
$\bar{A}$="O premio non está na porta elixida en primeiro lugar"
Como hai 3 portas e o premio está nunha delas, é evidente que $P(A) = 1/3$ e $P(\bar{A}) = 2/3$

Aplicando o Teorema da probabilidade total, temos que:

$$P(G_2) = P(G_2/A)P(A) + P(G_2/\bar{A})P(\bar{A}) = 1 \times 1/3 + 0 \times 2/3 = 1/3, \text{ e}$$
$$P(H_2) = P(H_2/A)P(A) + P(H_2/\bar{A})P(\bar{A}) = 0 \times 1/3 + 1 \times 2/3 = 2/3.$$

Deste xeito, a probabilidade de gañar duplícase se o concursante decide cambiar de porta.

Solucións Problemas Competenciais. Problema 3

3.1.
Consideremos os seguintes sucesos:

C="É necesario reparar ou substituír polo menos dous contedores de papel e cartón", e
E="É necesario reparar ou substituír polo menos dous contedores de envases lixeiros".

Polo que teríamos que os sucesos complementarios ou contrarios serían:

$\bar{C}$="É necesario reparar ou substituír un ou ningún contedor de papel e cartón", e
$\bar{E}$="É necesario reparar o substituír uno o ningún contedor de envases lixeiros".

A partir da información do enunciado coñecemos os seguintes datos:

$P(C) = 0{,}1$, $P(E/C) = 0{,}4$ e $P(\bar{E} \cap \bar{C}) = 0{,}72$.

Temos que calcular $P(E \cap C)$. Empregando a fórmula da probabilidade da intersección de dous sucesos

$$P(E \cap C) = P(C)P(E/C),$$

obtemos que $P(E \cap C) = 0{,}04$.

3.2.
Temos que calcular $P(E/\bar{C})$. Empregando a fórmula da probabilidade condicionada

$$P(E|\bar{C}) = \frac{P(E \cap \bar{C})}{P(\bar{C})}.$$

A partir de $P(\bar{E} \cap \bar{C}) = 0{,}72$ pode calcularse $P(E \cup C) = 1 - P(\bar{E} \cap \bar{C}) = 0{,}28$.

Coma $P(E \cap \bar{C}) = P(E) - P(E \cap C) = P(E \cup C) - P(C) = 0{,}18$.
Por outra parte $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 0{,}9$.

Co que temos que $P(E|\bar{C}) = \frac{0{,}18}{0{,}9} = 0{,}2$.

3.3.
Coma $P(E/C) = 0{,}4 > P(E|\bar{C}) = 0{,}2$, os sucesos E e C non son independentes.

Segundo os valores obtidos, dispoñer da información de que sexa necesario reparar ou substituír dous o máis contedores de papel e cartón, duplica a probabilidade de que sexa necesario reparar ou substituír dous o máis contedores de envases lixeiros, con relación a aquelas situacións nas que, como moito sexa necesario reparar ou substituír un ou ningún contedor de papel e cartón.

Parece razoable que sexa así xa que a ocorrencia dun deles aporta información sobre a ocorrencia do outro. Se houbo que cambiar varios contedores dun tipo (por cuestións meteorolóxicas, actos vandálicos,...) é mais probable que haxa que cambiar contedores doutro tipo.

Solucións Problemas Competenciais. Problema 4

4.1

Consideremos os sucesos $\mathrm{E}=$ «ter a enfermidade» e $\mathrm{Pos}=$ «obter un resultado positivo na proba». Sábese que:

$$P(\mathrm{Pos}|\overline{\mathrm{E}})=\frac{P(\mathrm{Pos}\cap\overline{\mathrm{E}})}{P(\overline{\mathrm{E}})}=\frac{1}{100}=10^{-2},$$

$$P(\overline{\mathrm{Pos}}|\mathrm{E})=\frac{P(\overline{\mathrm{Pos}}\cap\mathrm{E})}{P(\mathrm{E})}=\frac{2}{100}=2\times10^{-2},$$
$$P(\mathrm{E})=\frac{1}{10000}=10^{-4}.$$

Pídense os valores de $P_1=P(\mathrm{E}|\mathrm{Pos})$ e de $P_2=P(\mathrm{E}|\overline{\mathrm{Pos}})$.

- Cálculo de $P_1=P(\mathrm{E}|\mathrm{Pos})=P(\mathrm{E}\cap\mathrm{Pos})/P(\mathrm{Pos})$:
  - Posto que $P(\mathrm{E})=P(\mathrm{E}\cap\mathrm{Pos})+P(\mathrm{E}\cap\overline{\mathrm{Pos}})$, tense

$$\begin{aligned}P(\mathrm{E}\cap\mathrm{Pos})&=P(\mathrm{E})-P(\mathrm{E}\cap\overline{\mathrm{Pos}})=P(\mathrm{E})-P(\overline{\mathrm{Pos}}|\mathrm{E})P(\mathrm{E})\\&=10^{-4}-2\times10^{-2}\times10^{-4}=10^{-4}-2\times10^{-6}\\&=(100-2)\times10^{-6}=98\times10^{-6}=9.8\times10^{-5}.\end{aligned}$$

  - $P(\mathrm{Pos})=P(\mathrm{Pos}\cap\mathrm{E})+P(\mathrm{Pos}\cap\overline{\mathrm{E}})=P(\mathrm{Pos}\cap\mathrm{E})+P(\mathrm{Pos}|\overline{\mathrm{E}})P(\overline{\mathrm{E}})=9.8\times10^{-5}+10^{-2}\times(1-10^{-4})=9.8\times10^{-5}+9.999\times10^{-3}=1.0097\times10^{-2}$.

  Finalmente,

$$P_1=P(\mathrm{E}|\mathrm{Pos})=\frac{P(\mathrm{E}\cap\mathrm{Pos})}{P(\mathrm{Pos})}=\frac{9.8\times10^{-5}}{1.0097\times10^{-2}}\approx9.7059\times10^{-3}.$$

- Cálculo de $P_2=P(\mathrm{E}|\overline{\mathrm{Pos}})$:

  Como se viu arriba, $P(\mathrm{E}\cap\overline{\mathrm{Pos}})=P(\overline{\mathrm{Pos}}|\mathrm{E})P(\mathrm{E})=2\times10^{-2}\times10^{-4}=2\times10^{-6}$ e $P(\mathrm{Pos})=1.0097\times10^{-2}$ de onde

$$P_2=P(\mathrm{E}|\overline{\mathrm{Pos}})=\frac{P(\mathrm{E}\cap\overline{\mathrm{Pos}})}{P(\overline{\mathrm{Pos}})}=\frac{2\times10^{-6}}{1-1.0097\times10^{-2}}\approx2.0204\times10^{-6}.$$

SOLUCIÓN ALTERNATIVA PARA 4.1:

É posible completar a seguinte táboa de continxencia (en negriña, as porcentaxes que se deducen inmediatamente dos datos do enunciado):

	Pos	$\overline{\mathrm{Pos}}$	
E	0.0098	$100\times P(\mathrm{E}\cap\overline{\mathrm{Pos}})=0.0002$	$100\times P(\mathrm{E})=0.01$
$\overline{\mathrm{E}}$	$100\times P(\mathrm{Pos}\cap\overline{\mathrm{E}})=0.9999$	98.9901	99.99
	1.0097	98.9903	100

Agora calcúlanse facilmente

$$P_1=P(\mathrm{E}|\mathrm{Pos})=\frac{0.0098}{1.0097}\approx9.7059\times10^{-3}$$

e

$$P_2=P(\mathrm{E}|\overline{\mathrm{Pos}})=\frac{0.0002}{98.9903}\approx2.0204\times10^{-6}.$$

4.2 .

Sexa $X =$ «n.º de ríos cuxas lonxitudes en metros comezan cun 9, de entre os 2000».

$X \to B(n, p)$, con $n = 2000$ e $p = 0.0458$. Tense logo $q = 1 - p = 0.9542$. Pídese $P_3 = P(X \geq 219)$.

$np = 91.6$, $nq = 1908.4$, $\sqrt{npq} \approx 9.3490$. Como $np > 5$ e $nq > 5$, X pode aproximarse por $\tilde{X} \to N(91.6{,}9.349)$.

$$Z = \frac{\tilde{X} - 91.6}{9.349} \to N(0{,}1).$$

Aplicando a corrección de Yates ou de medio punto,

$$P_3 = P(X \geq 219) \approx P(\tilde{X} \geq 218.5) = P\left(Z \geq \frac{218.5 - 91.6}{9.349}\right) \approx P(Z \geq 13.57)$$
$$= 1 - P(Z < 13.57) \approx 1 - 1 = 0.$$

4.3.

A guionista di que a proba «resulta ser moi fiable» para detectar a enfermidade, pero, segundo o valor de P_1, soamente o 0.97% das persoas cun positivo padece realmente a enfermidade, polo que a proba non é boa para ese fin. Si o é, non obstante, para descartala, pois, de acordo co valor de P_2, soamente o 0.0002% das persoas cun negativo padece a enfermidade. A guionista podería modificar as súas cifras buscando que a proba sexa fiable para detectar a enfermidade.

Por outra banda, o valor de P_3 dinos que é practicamente imposible que haxa 219 ríos cuxa lonxitude empece co díxito 9. A guionista podería modificar as súas cifras para corrixir este defecto.

Solucións Problemas Competenciais. Problema 5

5.1

Sexa $X =$ "n.º de lumes dese mes e de máis dunha hectárea que os/as bombeiros/as conseguen apagar en menos de dous días".

$X \to B(n, p)$, con $n = 150$ e $p = 0{,}8$. Tense $q = 1 - p = 0{,}2$. Temos entón que a media e a desviación típica da variable X son iguais a $\mu = np = 120$ e $\sigma = \sqrt{npq} \approx 4{,}9$.

5.2

Temos entón que $np = 120$ e $nq = 30$. Como $np > 5$ e $nq > 5$, X pode aproximarse por $\tilde{X} \to N(120\ ;\ 4{,}9)$ de onde $Z = \frac{\tilde{X}-1}{4{,}9} \to N(0{,}1)$.

Aplicando a corrección de Yates ou de medio punto,

$$P(115 \leq X \leq 125) \approx P(114{,}5 \leq \tilde{X} \leq 125{,}5) \approx P(-1{,}12 \leq Z \leq 1{,}12) \approx 0{,}7372.$$

5.3

Temos os sucesos

A="Empregar avións tipo 2",

B="Empregar avións tipo 1", e

C="Empregar avións tipo 1 e tipo 2"

Se ocorren conxuntamente os sucesos A e B, temos que ocorre o suceso C, entón o suceso C coincide co suceso intersección de A e B, é dicir, $C = A \cap B$.

No caso de que A e B sexan incompatibles teríamos que $C = A \cap B = \emptyset$, e entón $P(C) = 0$.

No caso de que A e B sexan independentes teríamos que $P(C) = P(A) \times P(B)$.

5.4

Se os sucesos A e B son incompatibles entón non poderían empregarse os dous tipos de avións conxuntamente para apagar un lume.

Se os sucesos A e B son independentes quere dicir que saber que se emprega un avión dun dos dous tipos para apagar un lume, non aporta ningunha información para coñecer se nese mesmo lume emprégase un avión doutro tipo.

Solucións Problemas Competenciais. Problema 6

6.1.
Consideremos os seguintes sucesos para os estudantes matriculados na materia Estatística Aplicada antes da hora de clase:

A="Un estudante sube as escaleiras",
B="Un estudante colle o ascensor", e
C="Un estudante vai cara a cafetería".

Sábese que $P(A) = 0{,}45$, $P(B) = 0{,}5$ e $P(C) = 0{,}05$.

Pídese calcular a probabilidade do seguinte suceso E="Un estudante asiste finalmente á clase". Como temos unha partición disxunta (ou un sistema completo de sucesos con intersección dous a dous baleira) podemos empregar o Teorema da probabilidade total.

$$P(E) = P(E/A)P(A) + P(E/B)P(B) + P(E/C)P(C).$$

Segundo os datos do exercicio, $P(E/A) = 0{,}85$, $P(E/B) = 0{,}95$ e $P(E/C) = 0{,}01$, polo que:

$$P(E) = P(E/A)P(A) + P(E/B)P(B) + P(E/B)P(B) = 0{,}85 \times 0{,}45 + 0{,}95 \times 0{,}5 + 0{,}01 \times 0{,}05 = 0{,}858.$$

6.2.
Coma o suceso D="Atoparse na cafetería na hora de clase" coincide co suceso $\bar{E}$ temos que $P(D) = 1 - P(E) = 0{,}142$.

6.3.
Pídese calcular a probabilidade do suceso, $P(C/E)$. Empregando a fórmula da probabilidade condicionada obtemos o seguinte:

$$P(C|E) = \frac{P(E \cap C)}{P(E)} = \frac{P(E/C)P(C)}{P(E)} = \frac{0{,}01 \times 0{,}05}{0{,}858} = 0{,}00058.$$

6.4.
Se consideramos o suceso F="Ter clase de Física ás 12:00", para que F e D sexan incompatibles tería que ocorrer que $F \cap D = \emptyset$. De ser así, teríamos que

$$P(F \cup D) = P(F) + P(D) = 0{,}99 + 0{,}142 = 1{,}132.$$

Coma chegamos a unha contradición, xa que unha probabilidade non pode ser maior que 1, teríamos que $F \cap D \neq \emptyset$, polo que os sucesos non son incompatibles.

Solucións Problemas Competenciais. Problema 7

7.1.
Temos a variable: $X =$ "Consumo de auga na poboación no verán". $X \to N(\mu, 20)$

A expresión do intervalo de confianza con nivel de confianza 1-α para a media dunha variable con distribución normal é $\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

A partir desa expresión, como $\bar{x} = 145$, $n = 200$, $z_{\alpha/2} = z_{0,05} = 1{,}645$ e $\sigma = 20$ teríamos o seguinte intervalo de confianza

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(145 - 1{,}645 \times \frac{20}{\sqrt{200}}, 145 + 1{,}645 \times \frac{20}{\sqrt{200}}\right) = (142{,}67; 147{,}33).$$

O intervalo para a media do consumo da poboación española é $(133; 142)$, polo que a suposición de que o consumo medio por persoa é maior en verán parece acertada, xa que o intervalo calculado ten extremos superiores a 142 litros.

7.2.
Tendo en conta a expresión do intervalo de confianza con nivel de confianza 1-α para a media dunha variable con distribución normal $\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$,
para ter un intervalo de lonxitude máis pequena, deberíamos diminuír o valor de $z_{\alpha/2}$, é dicir, considerar un menor nivel de confianza ou aumentar o tamaño da mostra n.

7.3.
A amplitude do intervalo de confianza é $2 \times z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Tomando un nivel de confianza do 92%, teríamos que $z_{\alpha/2} = z_{0,04} = 1{,}75$, polo que temos que dita amplitude é igual a

$$2 \times z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \times 1{,}75 \times \frac{20}{\sqrt{200}} = 4{,}95.$$

Solucións Problemas Competenciais. Problema 8

8.1.
Consideremos os seguintes sucesos:

T=" O viaxeiro viaxa en tren",
A=" O viaxeiro viaxa en avión",
C=" O viaxeiro viaxa en coche", e
R="O viaxeiro chega a Madrid con retraso".

Pídese calcular a probabilidade do suceso R. Como temos unha partición (ou un sistema completo de sucesos) formada polos tres primeiros sucesos, podemos empregar o Teorema da probabilidade total.

$$P(R) = P(R/T)P(T) + P(R/A)P(A) + P(R/C)P(C) =$$
$$= 0{,}75 \times 0{,}25 + 0{,}1 \times 0{,}5 + 0{,}5 \times 0{,}25 = 0{,}36.$$

8.2.
Pídese calcular a probabilidade do suceso, $P(T/R)$. Empregando a fórmula da probabilidade condicionada obtemos o seguinte:

$$P(T|R) = \frac{P(R \cap T)}{P(R)} = \frac{P(R/T)P(T)}{P(R)} = \frac{0{,}75 \times 0{,}25}{0{,}36} = 0{,}52.$$

8.3.
Definimos a variable: $X =$ "Tempo de retraso respecto á hora de chegada". $X \to N(20; 8)$

Se consideramos A = "Tempo de retraso mínimo (en minutos) que da dereito á devolución do importe do billete", teríamos que:

$$P(X \geq A) = 0{,}05 \to P\left(\frac{X-20}{8} \geq \frac{A-20}{8}\right) = 1 - P\left(Z \leq \frac{A-20}{8}\right) = 0{,}05,$$

de onde obtemos que $\frac{A-20}{8} = 1{,}645 \to A = 33{,}16$. Polo tanto, non terá dereito á devolución xa que $30 < 33{,}16$.

8.4.
$\bar{X} =$ "Tempo de retraso medio de 9 viaxes en tren". $\bar{X} \to N\left(20; \frac{8}{\sqrt{9}}\right) = N(20; 2{,}67)$.

$$P(\bar{X} \geq 15) = P\left(Z \geq \frac{15-20}{2{,}67}\right) = 1 - P(Z \leq -1{,}87) = P(Z \leq 1{,}87) = 0{,}97.$$

Como a probabilidade é 0,97, polo tanto superior a 0,9, o viaxeiro deixará de empregar o tren.

Solucións Problemas Competenciais. Problema 9

9.1.
Se contratan a unha muller manterían o principio fundacional xa que $\frac{11}{25} = 0{,}44\ (44\%)$.

Se contratan a un home tamén manterían o principio fundacional xa que $\frac{10}{25} = 0{,}40\ (40\%)$.
Polo que coa nova contratación a empresa mantería o principio fundacional.

9.2.
Considerando:

C_1="A nova contratación é un home", e
C_2="A nova contratación é unha muller".

Tendo en conta os datos da táboa sabemos que $P(C_1) = P(C_2) = 0{,}5$. Como temos unha partición (ou un sistema completo de sucesos) formada polos dous sucesos anteriores, a porcentaxe esperada de mulleres pódese calcular empregando o Teorema da probabilidade total.

$$P(M) = P(M/C_1)P(C_1) + P(M/C_2)P(C_2) = \frac{11}{25} \times \frac{1}{2} + \frac{10}{25} \times \frac{1}{2} = 0{,}42,$$

polo que a porcentaxe esperada de mulleres é do 42%.

9.3.
É imposible poder acceder ás vantaxes fiscais. Aínda que se contrate a unha muller, a proporción sería do 44%, inferior ao 45% requirido.

Solucións Problemas Competenciais. Problema 10

10.1.
Consideremos os seguintes sucesos:

H=" Concesión dun préstamo 24 horas",
A=" Concesión dun préstamo Auto",
E=" Concesión dun préstamo Estuda", e
F=" Falta de pagamento dun préstamo".

Pídese calcular a probabilidade do suceso F. Como temos unha partición (ou un sistema completo de sucesos) formada polos tres primeiros sucesos, podemos empregar o Teorema da probabilidade total.

$$P(F) = P(F/H)P(H) + P(F/A)P(A) + P(F/E)P(E) =$$
$$= 0{,}2 \times 0{,}45 + 0{,}3 \times 0{,}4 + 025{,}\times 0{,}15 = 0{,}2475.$$

10.2.
Pídese calcular a probabilidade do suceso, $P(A/F)$. Empregando a fórmula da probabilidade condicionada obtemos o seguinte:

$$P(A|F) = \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{P(F/A)P(A)}{P(F)} = \frac{0{,}3 \times 0{,}4}{0{,}2475} = 0{,}485.$$

10.3.
Pídese calcular a probabilidade do suceso, $P(E/\bar{F})$. Empregando a fórmula da probabilidade condicionada obtemos o seguinte:

$$P(E|\bar{F}) = \frac{P(E \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{P(\bar{F}/E)P(E)}{P(\bar{F})} = \frac{(1 - 0{,}25) \times 0{,}15}{1 - 0{,}2475} = 0{,}1495.$$

10.4.
Tendo en conta dos datos do enunciado, enténdese que só se pode conceder un tipo de préstamo. Entón, por exemplo, serían incompatibles os sucesos H e A.

Solucións Problemas Competenciais. Problema 11

11.1.
Consideremos os seguintes sucesos:

M=" Ter contratado un seguro de mascotas", e
F=" Ter contratado un seguro de fogar".

Os datos que proporciona o enunciado do exercicio son: $P(F) = 0{,}6$, $P(F \cap M) = 0{,}3$ e $P(F/M) = 0{,}6$.
Temos que calcular $P(M)$. Empregando a fórmula da probabilidade condicionada

$$P(F|M) = \frac{P(F \cap M)}{P(M)}$$

Polo que

$$P(M) = \frac{P(F \cap M)}{P(F|M)} = \frac{0{,}3}{0{,}6} = 0{,}5.$$

11.2.
Débese calcular a probabilidade do suceso, $P(F \cup M)$. Empregando a fórmula da probabilidade da unión de dous sucesos, temos que:

$$P(F \cup M) = P(F) + P(M) - P(F \cap M) = 0{,}6 + 0{,}5 - 0{,}3 = 0{,}8.$$

11.3.
Pídese calcular a probabilidade do suceso, $P(M \cap \bar{F})$. A partir dos datos calculados:

$$P(M \cap \bar{F}) \; = P(M) - P(M \cap F) = 0{,}5 - 03 = 0{,}2.$$

11.4.
Como $P(F|M) = P(F) = 0{,}6$ os sucesos son independentes. Outra forma de demostrar que son independentes é vendo que $P(F \cap M) = 0{,}3 = P(F) \times P(M) = 0{,}6 \times 0{,}5$.

11.5.
Os sucesos "Ter mascota" e "Ter seguro de mascota" non poden considerarse independentes, xa que se ocorre o suceso "Ter mascota" aporta información para que ocorra o suceso "Ter seguro de mascota".