

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixiadas as 5 primeiras respondidas.**

PREGUNTA 1. Números e Álgebra. (2 puntos)

Sexa $A = (a_{ij})$ a matriz de dimensión 3×3 definida por $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = 2, \\ (-1)^j(i-1) & \text{se } i \neq 2. \end{cases}$ Explique se A e $A + I$ son ou non invertibles e calcule as inversas cando existan. (Nota: a_{ij} é o elemento de A que está na fila i e na columna j , e I é a matriz identidade.)

PREGUNTA 2. Números e Álgebra: (2 puntos)

Discuta, segundo os valores do parámetro m , o sistema
$$\begin{cases} x + 2y = m, \\ my + 3z = 1, \\ x + (m+2)y + (m+1)z = m+1. \end{cases}$$

PREGUNTA 3. Análise. (2 puntos)

De entre todos os rectángulos situados no primeiro cuadrante que teñen dous lados sobre os eixes de coordenadas e un vértice sobre a recta $x + 2y = 4$, determine os vértices do que ten maior área.

PREGUNTA 4. Análise. (2 puntos)

Dada a función $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & \text{se } x \leq 0, \\ -x^2 - x - 1 & \text{se } x > 0, \end{cases}$ calcule a área da rexión encerrada pola gráfica de f e as rectas $y = 4x - 7$ e $y = 1$.

PREGUNTA 5. Xeometría. (2 puntos)

- Obteña a ecuación implícita do plano π que pasa polos puntos $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$ e $C(0,0,3)$.
- Calcule o punto simétrico de $P(10, -5, 5)$ con respecto ao plano $\pi: 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

PREGUNTA 6. Xeometría. (2 puntos)

- Ache o valor de a se o plano $\pi: ax + y + z = 0$ é paralelo á recta $r: \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = 1 + \lambda, \\ z = 2 + \lambda, \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$.
- Estude a posición relativa dos planos $\pi_1: 2x + y + mz + m = 0$ e $\pi_2: (m-1)x + y + 3z = 0$ en función do parámetro m .

PREGUNTA 7. Estatística e Probabilidade. (2 puntos)

- Sexan A e B dous sucesos dun mesmo espazo mostral. Calcule $P(A)$ sabendo que $P(B) = 2P(A)$, $P(A \cap B) = 0.1$ e $P(A \cup B) = 0.8$.
- Diga se os sucesos A e B son ou non independentes, se se sabe que $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.3$ e $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.82$.

PREGUNTA 8. Estatística e Probabilidade. (2 puntos)

O portador dunha certa enfermidade ten un 10% de probabilidades de contaxiala a quen non estivo exposto a ela. Se entra en contacto con 8 persoas que non estiveron expostas, calcule:

- A probabilidade de que contaxie a un máximo de 2 persoas.
- A probabilidade de que contaxie a 2 persoas polo menos.

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas**.

PREGUNTA 1. Números y Álgebra. (2 puntos)

Sea $A = (a_{ij})$ la matriz de dimensión 3×3 definida por $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = 2, \\ (-1)^j(i-1) & \text{si } i \neq 2. \end{cases}$ Explique si A y $A + I$ son o no invertibles y calcule las inversas cuando existan. (Nota: a_{ij} es el elemento de A que está en la fila i y en la columna j , e I es la matriz identidad.)

PREGUNTA 2. Números y Álgebra. (2 puntos)

Discuta, según los valores del parámetro m , el sistema
$$\begin{cases} x + 2y = m, \\ my + 3z = 1, \\ x + (m+2)y + (m+1)z = m+1. \end{cases}$$

PREGUNTA 3. Análisis. (2 puntos)

De entre todos los rectángulos situados en el primer cuadrante que tienen dos lados sobre los ejes de coordenadas y un vértice sobre la recta $x + 2y = 4$, determine los vértices del que tiene mayor área.

PREGUNTA 4. Análisis. (2 puntos)

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & \text{si } x \leq 0, \\ -x^2 - x - 1 & \text{si } x > 0, \end{cases}$ calcule el área de la región encerrada por la gráfica de f y las rectas $y = 4x - 7$ e $y = 1$.

PREGUNTA 5. Geometría. (2 puntos)

- Obtenga la ecuación implícita del plano π que pasa por los puntos $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$ y $C(0,0,3)$.
- Calcule el punto simétrico de $P(10, -5, 5)$ con respecto al plano $\pi: 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

PREGUNTA 6. Geometría. (2 puntos)

- Halle el valor de a si el plano $\pi: ax + y + z = 0$ es paralelo a la recta $r: \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = 1 + \lambda, \\ z = 2 + \lambda, \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$.
- Estudie la posición relativa de los planos $\pi_1: 2x + y + mz + m = 0$ y $\pi_2: (m-1)x + y + 3z = 0$ en función del parámetro m .

PREGUNTA 7. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)

- Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Calcule $P(A)$ sabiendo que $P(B) = 2P(A)$, $P(A \cap B) = 0.1$ y $P(A \cup B) = 0.8$.
- Diga si los sucesos A y B son o no independientes, si se sabe que $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.3$ y $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.82$.

PREGUNTA 8. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)

El portador de una cierta enfermedad tiene un 10% de probabilidades de contagiarla a quien no estuvo expuesto a ella. Si entra en contacto con 8 personas que no estuvieron expuestas, calcule:

- La probabilidad de que contagie a un máximo de 2 personas.
- La probabilidad de que contagie a 2 personas por lo menos.