

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas.**

**PREGUNTA 1. Números e Álgebra. (2 puntos)**

Sexa  $A = (a_{ij})$  a matriz de dimensión  $3 \times 3$  definida por  $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = 2, \\ (-1)^j(i-1) & \text{se } i \neq 2. \end{cases}$  Explique se  $A$  e  $A + I$  son ou non invertibles e calcule as inversas cando existan. (Nota:  $a_{ij}$  é o elemento de  $A$  que está na fila  $i$  e na columna  $j$ , e  $I$  é a matriz identidade.)

**PREGUNTA 2. Números e Álgebra: (2 puntos)**

Discuta, segundo os valores do parámetro  $m$ , o sistema 
$$\begin{cases} x + 2y = m, \\ my + 3z = 1, \\ x + (m+2)y + (m+1)z = m+1. \end{cases}$$

**PREGUNTA 3. Análise. (2 puntos)**

De entre todos os rectángulos situados no primeiro cuadrante que teñen dous lados sobre os eixes de coordenadas e un vértice sobre a recta  $x + 2y = 4$ , determine os vértices do que ten maior área.

**PREGUNTA 4. Análise. (2 puntos)**

Dada a función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & \text{se } x \leq 0, \\ -x^2 - x - 1 & \text{se } x > 0, \end{cases}$  calcule a área da rexión encerrada pola gráfica de  $f$  e as rectas  $y = 4x - 7$  e  $y = 1$ .

**PREGUNTA 5. Xeometría. (2 puntos)**

- Obteña a ecuación implícita do plano  $\pi$  que pasa polos puntos  $A(1,0,0)$ ,  $B(0,2,0)$  e  $C(0,0,3)$ .
- Calcule o punto simétrico de  $P(10, -5, 5)$  con respecto ao plano  $\pi: 6x + 3y + 2z - 6 = 0$ .

**PREGUNTA 6. Xeometría. (2 puntos)**

- Ache o valor de  $a$  se o plano  $\pi: ax + y + z = 0$  é paralelo á recta  $r: \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = 1 + \lambda, \\ z = 2 + \lambda, \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$ .
- Estude a posición relativa dos planos  $\pi_1: 2x + y + mz + m = 0$  e  $\pi_2: (m-1)x + y + 3z = 0$  en función do parámetro  $m$ .

**PREGUNTA 7. Estatística e Probabilidade. (2 puntos)**

- Sexan  $A$  e  $B$  dous sucesos dun mesmo espazo mostral. Calcule  $P(A)$  sabendo que  $P(B) = 2P(A)$ ,  $P(A \cap B) = 0.1$  e  $P(A \cup B) = 0.8$ .
- Diga se os sucesos  $A$  e  $B$  son ou non independentes, se se sabe que  $P(A) = 0.6$ ,  $P(B) = 0.3$  e  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.82$ .

**PREGUNTA 8. Estatística e Probabilidade. (2 puntos)**

O portador dunha certa enfermidade ten un 10% de probabilidades de contaxiala a quen non estivo exposto a ela. Se entra en contacto con 8 persoas que non estiveron expostas, calcule:

- A probabilidade de que contaxie a un máximo de 2 persoas.
- A probabilidade de que contaxie a 2 persoas polo menos.

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas**.

**PREGUNTA 1. Números y Álgebra. (2 puntos)**

Sea  $A = (a_{ij})$  la matriz de dimensión  $3 \times 3$  definida por  $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = 2, \\ (-1)^j(i-1) & \text{si } i \neq 2. \end{cases}$  Explique si  $A$  y  $A + I$  son o no invertibles y calcule las inversas cuando existan. (Nota:  $a_{ij}$  es el elemento de  $A$  que está en la fila  $i$  y en la columna  $j$ , e  $I$  es la matriz identidad.)

**PREGUNTA 2. Números y Álgebra. (2 puntos)**

Discuta, según los valores del parámetro  $m$ , el sistema 
$$\begin{cases} x + 2y = m, \\ my + 3z = 1, \\ x + (m+2)y + (m+1)z = m+1. \end{cases}$$

**PREGUNTA 3. Análisis. (2 puntos)**

De entre todos los rectángulos situados en el primer cuadrante que tienen dos lados sobre los ejes de coordenadas y un vértice sobre la recta  $x + 2y = 4$ , determine los vértices del que tiene mayor área.

**PREGUNTA 4. Análisis. (2 puntos)**

Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & \text{si } x \leq 0, \\ -x^2 - x - 1 & \text{si } x > 0, \end{cases}$  calcule el área de la región encerrada por la gráfica de  $f$  y las rectas  $y = 4x - 7$  e  $y = 1$ .

**PREGUNTA 5. Geometría. (2 puntos)**

- Obtenga la ecuación implícita del plano  $\pi$  que pasa por los puntos  $A(1,0,0)$ ,  $B(0,2,0)$  y  $C(0,0,3)$ .
- Calcule el punto simétrico de  $P(10, -5, 5)$  con respecto al plano  $\pi: 6x + 3y + 2z - 6 = 0$ .

**PREGUNTA 6. Geometría. (2 puntos)**

- Halle el valor de  $a$  si el plano  $\pi: ax + y + z = 0$  es paralelo a la recta  $r: \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = 1 + \lambda, \\ z = 2 + \lambda, \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$ .
- Estudie la posición relativa de los planos  $\pi_1: 2x + y + mz + m = 0$  y  $\pi_2: (m-1)x + y + 3z = 0$  en función del parámetro  $m$ .

**PREGUNTA 7. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)**

- Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un mismo espacio muestral. Calcule  $P(A)$  sabiendo que  $P(B) = 2P(A)$ ,  $P(A \cap B) = 0.1$  y  $P(A \cup B) = 0.8$ .
- Diga si los sucesos  $A$  y  $B$  son o no independientes, si se sabe que  $P(A) = 0.6$ ,  $P(B) = 0.3$  y  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.82$ .

**PREGUNTA 8. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)**

El portador de una cierta enfermedad tiene un 10% de probabilidades de contagiarla a quien no estuvo expuesto a ella. Si entra en contacto con 8 personas que no estuvieron expuestas, calcule:

- La probabilidad de que contagie a un máximo de 2 personas.
- La probabilidad de que contagie a 2 personas por lo menos.