

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas**.

**PREGUNTA 1. Números e Álgebra. (2 puntos)**

Sexan  $A$  e  $B$  dúas matrices tales que  $A + 2B = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$  e  $A + B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

- Calcule  $A^2$ .
- Calcule a matriz  $X$  que satisfai a igualdade  $A^2X - (A + B)^T = 3I - 2X$ , sendo  $I$  a matriz identidade de orde 2 e  $(A + B)^T$  a trasposta de  $(A + B)$ .

**PREGUNTA 2. Números e Álgebra. (2 puntos)**

Discuta, segundo os valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema: 
$$\begin{cases} mx + (m+2)y + z = 3, \\ 2mx + 3my + 2z = 5, \\ (m-4)y + mz = m. \end{cases}$$

**PREGUNTA 3. Análise. (2 puntos)**

- Enuncie os teoremas de Rolle e de Bolzano.
- Calcule  $\int x^3 e^{x^2}$ .

**PREGUNTA 4. Análise. (2 puntos)**

Calcule os seguintes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(1+x)}{x \sin x} \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{x^2}.$$

**PREGUNTA 5. Xeometría. (2 puntos)**

- Considérese o plano  $\pi: 4x + 2y + bz = 2$  e a recta  $r: \frac{x-2}{3} = \frac{y-c}{2} = \frac{z-3}{4}$ , onde  $b$  e  $c$  son parámetros reais. Calcule os valores que teñen que tomar  $b$  e  $c$  para que a recta  $r$  estea contida en  $\pi$ .
- Calcule a distancia do punto  $P(1,3,1)$  ao plano  $\pi': 4x + 2y - 4z = 2$ .

**PREGUNTA 6. Xeometría. (2 puntos)**

- Considérense os puntos  $Q(-1,3,-5)$ ,  $R(3,1,0)$  e  $S(0,1,2)$ . Obteña a ecuación implícita ou xeral do plano  $\pi$  que contén a  $Q$ ,  $R$  e  $S$ .
- Obteña as ecuacións paramétricas e a ecuación continua da recta que pasa polo punto  $P(3,-1,-1)$  e sexa perpendicular ao plano  $\pi: 4x + 23y + 6z - 35 = 0$ .

**PREGUNTA 7. Estatística e Probabilidade. (2 puntos)**

Sabendo que  $P(A) = \frac{1}{3}$  e  $P(B) = \frac{1}{2}$ .

- Supostos que  $A$  e  $B$  son sucesos independentes, calcule  $P(A \cup B)$  e  $P(\bar{A} | (\bar{A} \cup \bar{B}))$ .
  - Supostos que  $A$  e  $B$  son sucesos incompatibles, calcule  $P(A \cup B)$  e  $P(\bar{A} | (\bar{A} \cup \bar{B}))$ .
- (Nota:  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  son os sucesos contrarios ou complementarios de  $A$  e  $B$ , respectivamente).

**PREGUNTA 8. Estatística e Probabilidade. (2 puntos)**

Unha máquina que distribúe auga en botellas bota unha cantidade de auga que segue unha distribución normal con media igual a 500 mililitros e desviación típica igual a 4 mililitros.

- Se eliximos ao azar unha das botellas, cal é a probabilidade de que leve entre 499 e 502 mililitros?
- Cal é a cantidade de auga, en mililitros, excedida polo 97,5% destas botellas?

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas**.

**PREGUNTA 1. Números y Álgebra. (2 puntos)**

Sean  $A$  y  $B$  dos matrices tales que  $A + 2B = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$  y  $A + B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

- Calcule  $A^2$ .
- Calcule la matriz  $X$  que satisface la igualdad  $A^2X - (A + B)^T = 3I - 2X$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 2 y  $(A + B)^T$  la traspuesta de  $(A + B)$ .

**PREGUNTA 2. Números y Álgebra. (2 puntos)**

Discuta, según los valores del parámetro  $m$ , el siguiente sistema: 
$$\begin{cases} mx + (m+2)y + z = 3, \\ 2mx + 3my + 2z = 5, \\ (m-4)y + mz = m. \end{cases}$$

**PREGUNTA 3. Análisis. (2 puntos)**

- Enuncie los teoremas de Rolle y de Bolzano.
- Calcule  $\int x^3 e^{x^2}$ .

**PREGUNTA 4. Análisis. (2 puntos)**

Calcule los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(1+x)}{x \sin x} \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{x^2}.$$

**PREGUNTA 5. Geometría. (2 puntos)**

- Considérese el plano  $\pi: 4x + 2y + bz = 2$  y la recta  $r: \frac{x-2}{3} = \frac{y-c}{2} = \frac{z-3}{4}$ , donde  $b$  y  $c$  son parámetros reales. Calcule los valores que tienen que tomar  $b$  y  $c$  para que la recta  $r$  esté contenida en  $\pi$ .
- Calcule la distancia del punto  $P(1,3,1)$  al plano  $\pi': 4x + 2y - 4z = 2$ .

**PREGUNTA 6. Geometría. (2 puntos)**

- Considérense los puntos  $Q(-1,3,-5)$ ,  $R(3,1,0)$  y  $S(0,1,2)$ . Obtenga la ecuación implícita o general del plano  $\pi$  que contiene a  $Q$ ,  $R$  y  $S$ .
- Obtenga las ecuaciones paramétricas y la ecuación continua de la recta que pasa por el punto  $P(3,-1,-1)$  y sea perpendicular al plano  $\pi: 4x + 23y + 6z - 35 = 0$ .

**PREGUNTA 7. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)**

Sabiendo que  $P(A) = \frac{1}{3}$  y  $P(B) = \frac{1}{2}$ .

- Suponiendo que  $A$  y  $B$  son sucesos independientes, calcule  $P(A \cup B)$  y  $P(\bar{A} | (\bar{A} \cup \bar{B}))$ .
- Suponiendo que  $A$  y  $B$  son sucesos incompatibles, calcule  $P(A \cup B)$  y  $P(\bar{A} | (\bar{A} \cup \bar{B}))$ .  
(Nota:  $\bar{A}$  y  $\bar{B}$  son los sucesos contrarios o complementarios de  $A$  y  $B$ , respectivamente).

**PREGUNTA 8. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)**

Una máquina que distribuye agua en botellas echa una cantidad de agua que sigue una distribución normal con media igual a 500 mililitros y desviación típica igual a 4 mililitros.

- Si elegimos al azar una de las botellas, ¿cuál es la probabilidad de que lleve entre 499 y 502 mililitros?
- ¿Cuál es la cantidad de agua, en mililitros, excedida por el 97,5% de estas botellas?