

**Convocatoria ordinaria 2025
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS
CIENCIAS SOCIAIS II**

O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria, puntuadas cada unha con 2,5 puntos**: a primeira sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE. (2,5 puntos)

CONTEXTO

Na actualidade, existen varias empresas de cosméticos orientadas cara ao público xuvenil que elaboran cremas para a pel. Unha empresa quere comercializar unha nova crema para reducir os brotes de acne, para o que contratou os servizos dunha compañía de publicidade. Os publicistas propoñen lanzar unha primeira campaña empregando anuncios en prensa escrita e *buzoneo*. Unha vez finalizada esta primeira campaña, se a probabilidade de que a nova crema sexa coñecida entre o público xuvenil é menor que 0,6, pasarán a unha segunda campaña colocando carteis luminosos en lugares estratéxicos.

Despois de analizar os datos da primeira campaña, chegaron ás seguintes conclusións: a probabilidade de que o público xuvenil coñeza a nova crema polos anuncios en prensa escrita é 0,3 e a probabilidade de que sexa coñecida por *buzoneo* é 0,4. Pode supoñerse que son independentes os sucesos "coñecer a nova crema por prensa escrita" e "coñecer a nova crema por *buzoneo*".

Responda estes tres apartados: 1.1., 1.2. e 1.3.

1.1. Lanzará a empresa a segunda campaña de publicidade?

1.2. Supoña que a empresa decidiu empregar carteis luminosos. Dos que coñecen a nova crema por *buzoneo* o 25% tamén a coñecen polos carteis luminosos, e entre os que coñecen a nova crema polos carteis luminosos, o 20% tamén a coñecen por *buzoneo*. Dos tres medios empregados (prensa escrita, *buzoneo* e carteis luminosos), cal foi o que tivo maior impacto para que a nova crema sexa coñecida?

1.3. Son incompatibles os sucesos "coñecer a nova crema por prensa escrita" e "coñecer a nova crema por *buzoneo*"?

PREGUNTA 2. ÁLXEBA. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

2.1.1. Calcule a matriz inversa de A , A^{-1} .

2.1.2. Calcule a inversa da matriz trasposta de A , $(A^t)^{-1}$, utilizando o apartado anterior.

2.1.3. Despexe e calcule o valor de X na seguinte ecuación matricial $AX - A^t = X$.

2.2. Considérase o sistema de inecuacións dado por:

$$x \geq y - 4$$

$$x + y \leq 8$$

$$3x + 2y \geq -2$$

$$x - 2 \leq 2y$$

2.2.1. Represente graficamente a rexión factible determinada polo sistema de inecuacións anterior e calcule os seus vértices.

2.2.2. Xustifique se os puntos $P(-1,1)$ e $Q(5,1)$ pertencen ou non á rexión anterior.

2.2.3. Determine, se existen, os máximos e os mínimos da función $f(x,y) = 2x - 4y$ suxeita ás restricións definidas polo sistema de inecuacións anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISE. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 3.1. ou 3.2.

3.1. Dada a seguinte función

$$B(t) = (4 - t)(t - 1)^2, \quad 0 \leq t \leq 4.$$

3.1.1. Estude o crecemento e decrecemento da función e os seus máximos e mínimos, se existen.

3.1.2. Estude os seus intervalos de concavidade e convexidade e os seus puntos de inflexión, se existen.

3.1.3. Represente a gráfica da función $B(t)$.

3.2. Dada a función $f(x) = ax^2 + bx - 3$, sendo a, b números reais.

3.2.1. Calcule a e b sabendo que dita función pasa polo punto $(4, 5)$ e ten un mínimo en $x = 1$.

3.2.2. Para $a = 1$ e $b = -2$, calcule a área limitada por $f(x)$ e a recta $y = x - 3$.

PREGUNTA 4. TRES BLOQUES DA MATERIA. (2,5 puntos)

Responda un dos seguintes apartados: 4.1., 4.2. ou calquera dos apartados non escollidos das preguntas 2 e 3 (2.1, 2.2, 3.1 ou 3.2)

4.1 Sexan A e B dous sucesos tales que:

$$P(A) = 0,40, P(A \cap B) = 0,21 \text{ e } P(A|B) = 0,60.$$

4.1.1. Calcule $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ e $P(\bar{B}|A)$.

4.1.2. Xustifique se os sucesos A e B son ou non independentes.

4.2. Unha enquisa realizada a 100 individuos dunha poboación revela que 80 deles están satisfeitos co servizo da súa compañía eléctrica.

4.2.1. Calcule un intervalo cun 95% de confianza para a proporción de individuos satisfeitos co servizo da súa compañía eléctrica.

4.2.2. Se se sabe que 8 de cada 10 individuos están satisfeitos co servizo da súa compañía eléctrica e se toma unha mostra de 100 individuos, cal é a probabilidade de que a proporción de individuos satisfeitos co servizo da súa compañía eléctrica sexa superior ao 87%?

Convocatoria ordinaria 2025
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS
CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de **4 preguntas de respuesta obligatoria, puntuadas cada una con 2,5 puntos**: la primera sin apartados optativos y las tres siguientes con posibilidad de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2,5 puntos)

CONTEXTO

En la actualidad, existen varias empresas de cosméticos orientadas hacia el público juvenil que elaboran cremas para la piel. Una empresa quiere comercializar una nueva crema para reducir los brotes de acné, para lo que ha contratado los servicios de una compañía de publicidad. Los publicistas proponen lanzar una primera campaña empleando anuncios en prensa escrita y buzoneo. Una vez finalizada esta primera campaña, si la probabilidad de que la nueva crema sea conocida entre el público juvenil es menor que 0,6, pasarán a una segunda campaña colocando cartelera luminosa en lugares estratégicos.

Después de analizar los datos de la primera campaña, han llegado a las siguientes conclusiones: la probabilidad de que el público juvenil conozca la nueva crema por los anuncios en prensa escrita es 0,3 y la probabilidad de que sea conocida por buzoneo es 0,4. Puede suponerse que son independientes los sucesos "conocer la nueva crema por prensa escrita" y "conocer la nueva crema por buzoneo".

Responda estos tres apartados: 1.1., 1.2. y 1.3.

1.1. ¿Lanzará la empresa la segunda campaña de publicidad?

1.2. Suponga que la empresa ha decidido emplear la cartelera luminosa. De los que conocen la nueva crema por buzoneo el 25% también la conocen por la cartelera luminosa, y entre los que conocen la nueva crema por la cartelera luminosa, el 20% también la conocen por buzoneo. De los tres medios empleados (prensa escrita, buzoneo y cartelera luminosa), ¿cuál ha sido el que ha tenido mayor impacto para que la nueva crema sea conocida?

1.3. ¿Son incompatibles los sucesos "conocer la nueva crema por prensa escrita" y "conocer la nueva crema por buzoneo"?

PREGUNTA 2. ÁLGEBRA. (2,5 puntos)

Responda uno de estos dos apartados: 2.1. o 2.2.

2.1. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

2.1.1. Calcule la matriz inversa de A , A^{-1} .

2.1.2. Calcule la inversa de la matriz traspuesta de A , $(A^t)^{-1}$, utilizando el apartado anterior.

2.1.3. Despeje y calcule el valor de X en la siguiente ecuación matricial $AX - A^t = X$.

2.2. Se considera el sistema de inecuaciones dado por:

$$x \geq y - 4$$

$$x + y \leq 8$$

$$3x + 2y \geq -2$$

$$x - 2 \leq 2y$$

2.2.1. Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.

2.2.2. Justifique si los puntos $P(-1,1)$ y $Q(5,1)$ pertenecen o no a la región anterior.

2.2.3. Determine, si existen, los máximos y los mínimos de la función $f(x, y) = 2x - 4y$ sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (2,5 puntos)

Responda uno de estos dos apartados: 3.1. o 3.2.

3.1. Dada la siguiente función

$$B(t) = (4 - t)(t - 1)^2, \quad 0 \leq t \leq 4.$$

3.1.1. Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función y sus máximos y mínimos, si existen.

3.1.2. Estudie sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión, si existen.

3.1.3. Represente la gráfica de la función $B(t)$.

3.2. Dada la función $f(x) = ax^2 + bx - 3$, siendo a, b números reales.

3.2.1. Calcule a y b sabiendo que dicha función pasa por el punto $(4, 5)$ y tiene un mínimo en $x = 1$.

3.2.2. Para $a = 1$ y $b = -2$, calcule el área limitada por $f(x)$ y la recta $y = x - 3$.

PREGUNTA 4. TRES BLOQUES DE LA MATERIA. (2,5 puntos)

Responda uno de los siguientes apartados: 4.1., 4.2. o cualquiera de los apartados no escogidos de las preguntas 2 y 3 (2.1, 2.2, 3.1 o 3.2)

4.1. Sean A y B dos sucesos tales que:

$$P(A) = 0,40, P(A \cap B) = 0,21 \text{ y } P(A|B) = 0,60.$$

4.1.1. Calcule $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ y $P(\bar{B}|A)$.

4.1.2. Justifique si los sucesos A y B son o no independientes.

4.2. Una encuesta realizada a 100 individuos de una población revela que 80 de ellos están satisfechos con el servicio de su compañía eléctrica.

4.2.1. Calcule un intervalo con un 95% de confianza para la proporción de individuos satisfechos con el servicio de su compañía eléctrica.

4.2.2. Si se sabe que 8 de cada 10 individuos están satisfechos con el servicio de su compañía eléctrica y se toma una muestra de 100 individuos, ¿cuál es la probabilidad de que la proporción de individuos satisfechos con el servicio de su compañía eléctrica sea superior al 87%?

1.

Denotamos por

P ="Coñecer a crema por prensa escrita"

B ="Coñecer a crema por *buzoneo*"

L ="Coñecer a crema por carteis luminosos"

Temos que $P(P) = 0,3$, $P(B) = 0,4$.

Ademais, como P e B son independentes, temos que $P(P \cap B) = P(P) \times P(B) = 0,12$

1.1.

$$P(P \cup B) = P(P) + P(B) - P(P \cap B) = 0,3 + 0,4 - 0,12 = 0,58 < 0,60.$$

Solución: A empresa lanzará a segunda campaña de publicidade.

1.2.

$$P(L|B) = \frac{25}{100} = 0,25. \quad P(B|L) = \frac{20}{100} = 0,20.$$

Entón, como $P(L|B) = \frac{P(L \cap B)}{P(B)}$ temos que:

$$P(L \cap B) = P(L|B) \times P(B) = 0,1$$

Como $P(B|L) = \frac{P(L \cap B)}{P(L)}$ temos que:

$$P(L) = \frac{P(B \cap L)}{P(B|L)} = \frac{0,1}{0,2} = 0,50.$$

Solución: O método que tivo maior impacto foi o uso de carteis luminosos.

1.3.

Se os sucesos P e B fosen incompatibles, entón $P \cap B = \emptyset$, e polo tanto $P(P \cap B) = 0$, o que contradi que $P(P \cap B) = 0,12 \neq 0$.

Solución: Os sucesos P e B non poden ser incompatibles.

Convocatoria ordinaria 2025
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS
CIENCIAS SOCIAIS II

2.1.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

2.1.1.

$$\det A = -3 \quad A^* = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -7 & -1 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (A^*)^t = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & -7 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \quad (A^*)^t = \begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ -2/3 & 7/3 & -4/3 \\ 1/3 & 1/3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

2.1.2.

$$(A^t)^{-1} = (A^t)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 & 1/3 \\ -2/3 & 7/3 & 1/3 \\ 2/3 & -4/3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

2.1.3.

$$A \cdot X - A^t = X \Rightarrow A \cdot X - X = A^t \Rightarrow (A - I)X = A^t \Rightarrow X = (A - I)^{-1} \cdot A^t$$

$$A - I = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \det(A - I) = 4 \quad (A - I)^* = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 2 & -6 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

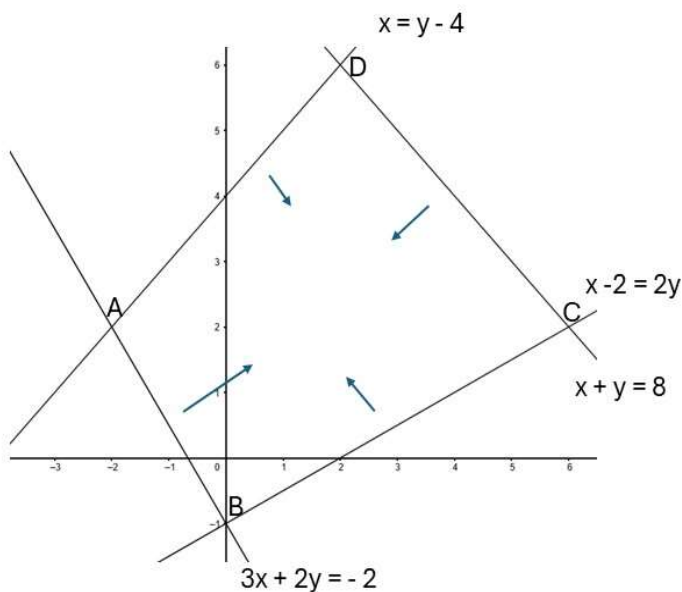
$$[(A - I)^*]^t = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 4 & -6 & 4 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (A - I)^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 1 & -3/2 & 1 \\ 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$X = (A - I)^{-1} \cdot A^t = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 1 & -3/2 & 1 \\ 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 3 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 3/2 \end{pmatrix}.$$

Polo tanto, a matriz X pedida é a seguinte: $X = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 3 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 3/2 \end{pmatrix}.$

2.2. Restricións: $x \geq y - 4$ $x + y \leq 8$ $3x + 2y \geq -2$ $x - 2 \leq 2y$

2.2.1



A rexión factible determinada polas restricións ten coma vértices A, B, C e D

$$A: \begin{cases} x = y - 4 \\ 3x + 2y = -2 \end{cases} A(-2, 2) \quad B: \begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ x - 2 = 2y \end{cases} B(0, -1)$$

$$C: \begin{cases} x - 2 = 2y \\ x + y = 8 \end{cases} C(6, 2) \quad D: \begin{cases} x + y = 8 \\ x = y - 4 \end{cases} D(2, 6)$$

2.2.2.

P(-1,1) está na rexión factible xa que cumpre tódalas restricións.

Q(5,1) non está na rexión factible porque non cumpre $x - 2 \leq 2y$

2.2.3.

$$f(x, y) = 2x - 4y$$

$$f(A) = -10 \quad f(B) = 4 \quad f(C) = 4 \quad f(D) = -20$$

f acada o seu máximo en tódolos puntos do segmento que unen os vértices B(0,-1) e C(6,2)

f acada o seu mínimo no vértice D(2,6)

Convocatoria ordinaria 2025
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS
CIENCIAS SOCIAIS II

3.1.

Temos a seguinte función

$$B(t) = (4 - t)(t - 1)^2, 0 \leq t \leq 4$$

3.1.1.

Determinación dos períodos de crecemento e decrecemento.

$B'(t) = -3t^2 + 12t - 9$ polo tanto $B'(t) = 0$ se $t = 1$ ou $t = 3$, polo que temos dous puntos críticos.

Coma en $(0,1)$ $B'(t) < 0 \Rightarrow B$ é decrecente en $(0,1)$.

Coma en $(1,3)$ $B'(t) > 0 \Rightarrow B$ é crecente en $(1,3)$.

Coma en $(3,4)$ $B'(t) < 0 \Rightarrow B$ é decrecente en $(3,4)$.

A función tería un mínimo relativo en $t = 1$, $B(1) = 0$. A función tería un máximo relativo en $t = 3$, $B(3) = 4$.

En $t_0 = 0$, $B(0) = 4$. En $t_0 = 4$, $B(4) = 0$.

B presenta mínimos absolutos en $t_0=1$ e $t_0=4$.

B presenta máximos absolutos en $t_0=0$ e $t_0=3$.

3.1.2.

Determinación dos períodos de concavidade e convexidade.

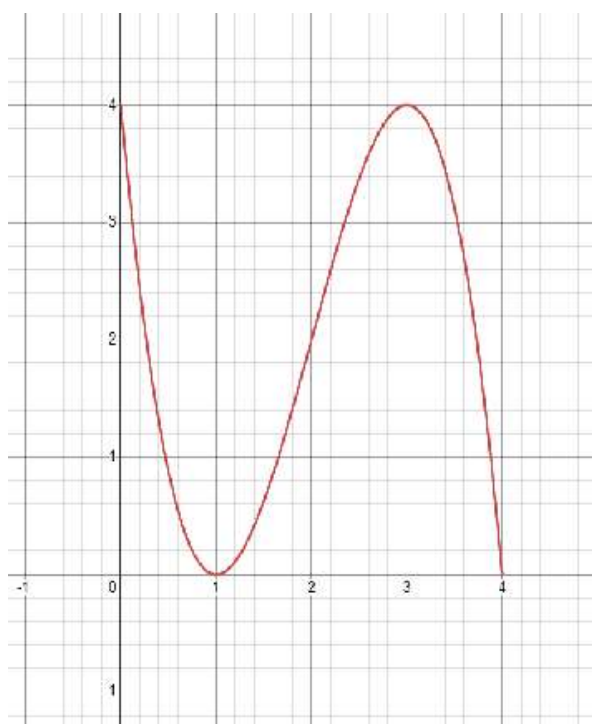
$B''(t) = -6t + 12$ $B''(t) = 0$ se $t = 2$, posible punto de inflexión.

Coma en $(0,2)$ $B''(t) > 0 \Rightarrow B$ é convexa en $(0,2)$.

Coma en $(2,4)$ $B''(t) < 0 \Rightarrow B$ é cóncava en $(2,4)$.

En $t_0 = 2$, punto de inflexión $B(2) = 2$.

3.1.3.



3.2.

Dada a función

$$f(x) = ax^2 + bx - 3$$

onde a, b son números reais.

3.2.1

Temos que $f'(x) = 2ax + b$

Sabendo que $f(4) = 5$, temos que $16a + 4b - 3 = 5$.

Sabendo que $f'(1) = 0$, temos que $2a + b = 0$.

Das ecuacións anteriores, obtemos que $a=1$ e $b=-2$.

3.2.2.

$f(x) = x^2 - 2x - 3$ e $y = x - 3 \Rightarrow$ Puntos de corte: $x^2 - 2x - 3 = x - 3, x = 0, x = 3$

$$\int_0^3 [(x - 3) - (x^2 - 2x - 3)] dx = \int_0^3 (3x - x^2) dx = \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_0^3 = \frac{9}{2}$$

4.1

Temos que $P(A) = 0,4$, $P(A \cap B) = 0,21$ e $P(A|B) = 0,60$

4.1.1.

$$\begin{aligned} P(\bar{A} \cap \bar{B}) &= P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = \\ &= 1 - [0,4 + 0,35 - 0,21] = 1 - 0,54 = 0,46 \end{aligned}$$

Para calcular $P(B)$ empregamos que

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A|B)} = \frac{0,21}{0,60} = 0,35.$$

$$P(\bar{B}|A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,4 - 0,21}{0,21} = 0,475.$$

4.1.2.

Coma $P(A \cap B) = 0,21$ e $P(A) \times P(B) = 0,4 \times 0,35 = 0,14$. Entón $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ polo que os sucesos A e B non son independentes.

**Convocatoria ordinaria 2025
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS
CIENCIAS SOCIAIS II**

4.2.

$$n = 100$$

$$\hat{p} = \frac{80}{100}$$

4.2.1.

A expresión dun intervalo de confianza con nivel de confianza $1-\alpha$ para unha proporción ven dado por:

$$\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$$

Coma $1 - \alpha = 0,95$, temos que $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,025} = 1,96$

$$\begin{aligned} & \left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) = \\ & = \left(0,8 - 1,96 \sqrt{\frac{0,8 \times 0,2}{100}}, 0,8 + 1,96 \sqrt{\frac{0,8 \times 0,2}{100}} \right) = (0,72 ; 0,88) \end{aligned}$$

4.2.2.

Pídese calcular $P(\hat{p} > 0,87)$

Coma $\hat{p} \rightarrow N(0,8; 0,04)$, xa que $p = 0,8$ e $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0,04$

$$\begin{aligned} P(\hat{p} > 0,87) &= P\left(Z > \frac{0,87 - 0,8}{0,04}\right) = P(Z > 1,75) = \\ &= 1 - P(Z < 1,75) = 1 - 0,9599 = 0,0401. \end{aligned}$$

O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria, puntuadas cada unha con 2,5 puntos**: a primeira sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE. (2,5 puntos)**CONTEXTO**

Unha das principais novidades das probas PAU 2025 é que o exame de cada materia debe incluír un exercicio obrigatorio e de carácter “máis competencial”. Aínda que as notas se publican a semana seguinte de realizarse o exame, os membros do grupo de traballo da materia Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais II están interesados en determinar canto antes se se produciron cambios relevantes na nota media da materia que coordinan con relación ás notas de cursos pasados.

Con este obxectivo contactaron previamente cun grupo de correctores, dos que cada un deles se comprometeu a corrixir un máximo de 25 exames o primeiro día. Polos datos doutros cursos, as notas desta materia pode supoñerse que seguen unha distribución normal con desviación típica igual a 1,5.

Responda estes tres apartados: 1.1., 1.2. e 1.3.

1.1. Se se quere estimar esta nota media cun erro máximo de 0,25, empregando un nivel de confianza do 95%, cal é o número mínimo de correctores que se necesitan?

1.2. Unha vez corrixidos os 100 primeiros exames, a nota media resultou ser igual a 7,2. A partir desta mostra, calcule un intervalo de confianza con nivel de confianza do 95% da nota media.

1.3. Unha vez corrixidos todos os exames, elíxense 25 ao azar, cal é a probabilidade de que a nota media destes 25 exames sexa superior a 7 se sabemos que $\mu=7,3$?

PREGUNTA 2. ÁLXEBRA. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Consideramos as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

2.1.1. Calcule a inversa da matriz A .

2.1.2. Calcule a matriz BA^t e determine o seu rango (sendo A^t a matriz trasposta de A).

2.1.3. Despexa X na ecuación matricial $XA + B = BA^t$ e calcúlea.

2.2. Considere o sistema de inecuacións dado por:

$$x + y \leq 4 \qquad 3x \leq 4 + 5y \qquad y \leq 7x + 12$$

2.2.1. Represente graficamente a rexión factible determinada polo sistema de inecuacións anterior e calcule os seus vértices.

2.2.2. Xustifique se os puntos $P(2,1)$ e $Q(0,-1)$ están ou non na rexión factible.

2.2.3. Determine, se existen, os máximos e os mínimos da función $f(x,y) = 6x - 10y$ suxeita ás restriccións definidas polo sistema de inecuacións anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISE. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 3.1. ou 3.2.

3.1. A evolución do prezo (en euros) dun protector de pantalla para móbil ao longo do ano 2024 vén dado pola función

$$P(t) = \begin{cases} 9 - t^2 + 8t & \text{se } 0 \leq t < 7 \\ (t - 10)^2 + 7 & \text{se } 7 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

onde t é o tempo transcorrido en meses.

3.1.1. Cal foi o prezo inicial deste protector de pantalla? Cal foi o seu prezo ao final do ano?

3.1.2. Determine en que períodos aumentou e diminuíu o prezo do protector.

3.1.3. Cal foi o prezo máximo alcanzado? E o mínimo? En que momentos se produciron? Razoe as respostas.

3.2. Dada a función $f(x) = -8x^2 + 24x - 10$.

3.2.1. Realice a súa representación gráfica estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.

3.2.2. Calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función f e as rectas $x=1$, $x=2$ e $y=4$.

PREGUNTA 4. TRES BLOQUES DA MATERIA. (2,5 puntos)

Responda un dos seguintes apartados: 4.1., 4.2. ou calquera dos apartados non escollidos das preguntas 2 e 3 (2.1, 2.2, 3.1 ou 3.2)

4.1 Sexan A e B dous sucesos tales que:

$$P(A|B) = 1/2, P(B|A) = 1/3 \text{ e } P(A \cup B) = 1/4.$$

4.1.1. Calcule $P(A \cap B)$.

4.1.2. Xustifique se os sucesos A e B son ou non independentes.

4.2. Un estudo revela que o 40% dos automóviles novos matriculados en Galicia no último ano son propulsados por un motor con tecnoloxía híbrida. Se nun control de estradas son inspeccionados 5 automóviles novos matriculados en Galicia no último ano.

4.2.1. Cal é a probabilidade de que ningún deles conte cun motor con tecnoloxía híbrida?

4.2.2. Calcule a probabilidade de que, entre os 5 automóviles, máis de 3 contén cun motor con tecnoloxía híbrida.

El examen consta de **4 preguntas de respuesta obligatoria**, puntuadas cada una con **2,5 puntos**: la primera sin apartados optativos y las tres siguientes con posibilidad de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2,5 puntos)**CONTEXTO**

Una de las principales novedades de las pruebas PAU 2025 es que el examen de cada materia debe incluir un ejercicio obligatorio y de carácter “más competencial”. Aunque las notas se publican la semana siguiente de haberse realizado el examen, los miembros del grupo de trabajo de la materia Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II están interesados en determinar cuanto antes si se han producido cambios relevantes en la nota media de la materia que coordinan con relación a las notas de cursos pasados.

Con este objetivo han contactado previamente con un grupo de correctores, de los que cada uno de ellos se ha comprometido a corregir un máximo de 25 exámenes el primer día. Por los datos de otros cursos, las notas de esta materia pueden suponerse que siguen una distribución normal con desviación típica igual a 1,5.

Responda estos tres apartados: 1.1., 1.2. y 1.3.

1.1. Si se quiere estimar esta nota media con un error máximo de 0,25, empleando un nivel de confianza del 95%, ¿cuál es el número mínimo de correctores que se necesitan?

1.2. Una vez corregidos los 100 primeros exámenes, la nota media resultó ser igual a 7,2. A partir de esta muestra, calcule un intervalo de confianza con nivel de confianza del 95% de la nota media.

1.3. Una vez corregidos todos los exámenes, se eligen 25 al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la nota media de estos 25 exámenes sea superior a 7 si sabemos que $\mu=7,3$?

PREGUNTA 2. ÁLGEBRA. (2,5 puntos)

Responda uno de estos dos apartados: 2.1. o 2.2.

2.1. Consideramos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

2.1.1. Calcule la inversa de la matriz A .

2.1.2. Calcule la matriz BA^t y determine su rango (siendo A^t la matriz traspuesta de A).

2.1.3. Despeje X en la ecuación matricial $XA + B = BA^t$ y calcúlela.

2.2. Considere el sistema de inecuaciones dado por:

$$x + y \leq 4 \qquad 3x \leq 4 + 5y \qquad y \leq 7x + 12$$

2.2.1. Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.

2.2.2. Justifique si los puntos $P(2,1)$ y $Q(0,-1)$ están o no en la región factible.

2.2.3. Determine, si existen, los máximos y los mínimos de la función $f(x,y) = 6x - 10y$ sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (2,5 puntos)

Responda uno de estos dos apartados: 3.1. o 3.2.

3.1. La evolución del precio (en euros) de un protector de pantalla para móvil a lo largo del año 2024 viene dado por la función

$$P(t) = \begin{cases} 9 - t^2 + 8t & \text{si } 0 \leq t < 7 \\ (t - 10)^2 + 7 & \text{si } 7 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

en donde t es el tiempo transcurrido en meses.

3.1.1. ¿Cuál fue el precio inicial de ese protector de pantalla? ¿Cuál ha sido su precio al final del año?

3.1.2. Determine en qué períodos ha aumentado y disminuido el precio del protector.

3.1.3. ¿Cuál ha sido el precio máximo alcanzado? ¿Y el mínimo? ¿En qué momentos se producen? Razone las respuestas.

3.2. Dada la función $f(x) = -8x^2 + 24x - 10$.

3.2.1. Realice su representación gráfica estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremo relativo.

3.2.2. Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función f y las rectas $x=1$, $x=2$ e $y=4$.

PREGUNTA 4. TRES BLOQUES DE LA MATERIA. (2,5 puntos)

Responda uno de los siguientes apartados: 4.1., 4.2. o cualquiera de los apartados no escogidos de las preguntas 2 y 3 (2.1, 2.2, 3.1 o 3.2)

4.1. Sean A y B dos sucesos tales que:

$$P(A|B) = 1/2, P(B|A) = 1/3 \text{ y } P(A \cup B) = 1/4.$$

4.1.1. Calcule $P(A \cap B)$.

4.1.2. Justifique si los sucesos A y B son o no independientes.

4.2. Un estudio revela que el 40% de los automóviles nuevos matriculados en Galicia en el último año son propulsados por un motor con tecnología híbrida. Si en un control de carreteras son inspeccionados 5 automóviles nuevos matriculados en Galicia en el último año.

4.2.1. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de ellos cuente con un motor con tecnología híbrida?

4.2.2. Calcule la probabilidad de que, entre los 5 automóviles, más de 3 cuenten con un motor con tecnología híbrida.

Convocatoria extraordinaria 2025
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS
CIENCIAS SOCIAIS II**1.**

Denotamos por X ="Cualificación en Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais nas PAU 2025"

$$X \rightarrow N(\mu; \sigma = 1,5)$$

1.1.

Temos que $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Dado o nivel de confianza $1 - \alpha = 0,95$, entón $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,025} = 1,96$.

Coma $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 0,25$, temos que $\sqrt{n} \geq 11,76$ polo que $n \geq 138,3$.

Entón o número de exames ten que ser polo menos igual a 139. Coma cada corrector corrixe un máximo de 25 exames e que $\frac{139}{25} = 5,56$, sería necesario contar cun mínimo de 6 correctores.

1.2.

Temos que $n = 100$ e $\bar{x} = 7,20$. A expresión xeral do intervalo de confianza para a media dunha variable con distribución normal con nivel de confianza $1 - \alpha$ é:

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Substituíndo, obtemos

$$\left(7,20 - 1,96 \frac{1,5}{\sqrt{100}}, 7,20 + 1,96 \frac{1,5}{\sqrt{100}} \right) = (6,91; 7,49).$$

1.3.

Temos que $n = 25$ e $\mu = 7,30$. Polo que:

$$\bar{X} \rightarrow N\left(\mu = 7,3; \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,5}{\sqrt{25}} = 0,3\right)$$

Pídese calcular $P(\bar{X} > 7) = P\left(Z > \frac{7-7,30}{0,30}\right) = P(Z > -1) = P(Z < 1) = 0,8413$.

Convocatoria extraordinaria 2025
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS
CIENCIAS SOCIAIS II

2.1.

2.1.1.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (A^*)^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det A = -1, \text{ polo que } A^{-1} = \frac{1}{\det A} (A^*)^t = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

2.1.2.

$$B \cdot A^t = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{rango}(B \cdot A^t) = \text{rango} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \underset{\substack{= \\ \uparrow \\ F_2 = -2F_1}}{\quad} \text{rango} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = 1$$

2.1.3.

$$X \cdot A + B = B \cdot A^t \Rightarrow X = (B \cdot A^t - B) \cdot A^{-1}$$

$$B \cdot A^t - B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -4 & -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 6 \\ 8 & -2 & -12 \end{pmatrix}.$$

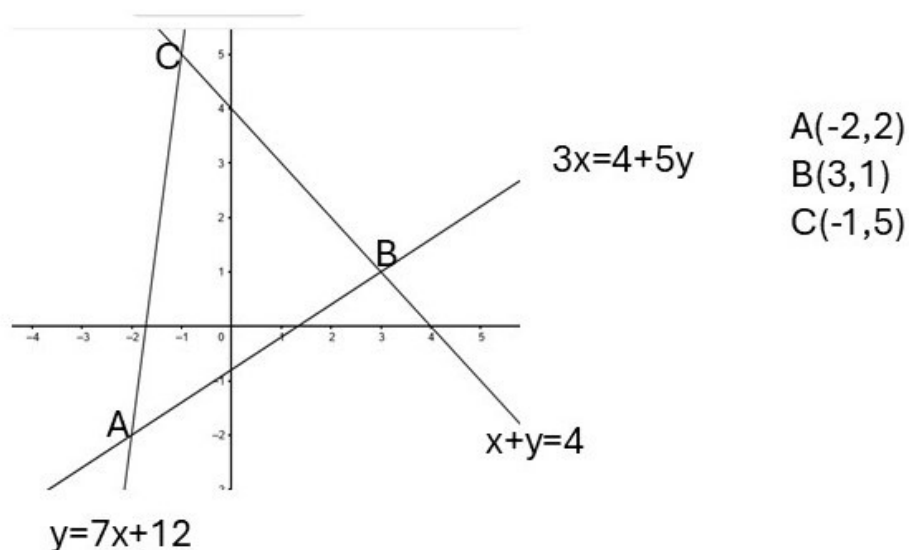
Polo tanto, a matriz X pedida é a seguinte: $X = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 6 \\ 8 & -2 & -12 \end{pmatrix}.$

Convocatoria extraordinaria 2025
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS
CIENCIAS SOCIAIS II

2.2.

Restricións: $3x \leq 4 + 5y$ $x + y \leq 4$ $y \leq 7x + 12$

2.2.1



A rexión factible determinada polas restricións ten coma vértices A, B e C

$$A: \begin{cases} y = 7x + 12 \\ 3x = 4 + 5y \end{cases} A(-2, -2) \quad B: \begin{cases} 3x = 4 + 5y \\ x + y = 4 \end{cases} B(3, 1)$$

$$C: \begin{cases} x + y = 4 \\ y = 7x + 12 \end{cases} C(-1, 5)$$

2.2.2.

P(2,1) está na rexión factible xa que cumpre tódalas restricións.

Q(0,-1) non está na rexión factible porque non cumpre $3x \leq 4 + 5y$

2.2.3.

$$f(x, y) = 6x - 10y$$

$$f(A) = 8 \quad f(B) = 8 \quad f(C) = -56$$

f acada o seu máximo en tódolos puntos do segmento que unen os vértices A(-2,-2) e B(3,1)

f acada o seu mínimo no vértice C(-1,5)

Convocatoria extraordinaria 2025
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS
CIENCIAS SOCIAIS II

3.1.

Temos a seguinte función

$$B(t) = \begin{cases} 9 - t^2 + 8t & 0 \leq t < 7 \\ (t - 10)^2 + 7 & 7 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

3.1.1.

$$P(0) = 9 \quad P(12) = 11$$

Solución: o prezo inicial foi de 9 euros e o prezo ao final do ano foi de 11 euros.

3.1.2.

En $(0,7)$

$$P(t) = 9 - t^2 + 8t$$

$$P'(t) = -2t + 8, \text{ polo tanto } P'(t) = 0 \text{ se } t = 4, \text{ polo que temos un punto crítico.}$$

Coma en $(0,4)$, $P'(t) > 0 \Rightarrow P$ é crecente en $(0,4)$.

Coma en $(4,7)$, $P'(t) < 0 \Rightarrow P$ é decrecente en $(4,7)$.

A función tería un máximo relativo en $t_0 = 4$, $P(4) = 25$.

En $(7,12)$

$$P(t) = (t - 10)^2 + 7$$

$$P'(t) = 2(t - 10), \text{ polo tanto } P'(t) = 0 \text{ se } t = 10, \text{ polo que temos un punto crítico.}$$

Coma en $(7,10)$ $P'(t) < 0 \Rightarrow P$ é decrecente en $(7,10)$.

Coma en $(10,12)$ $P'(t) > 0 \Rightarrow P$ é crecente en $(10,12)$.

A función tería un mínimo relativo en $t_0 = 10$, $P(10) = 7$.

En $t_0 = 7$, temos que $P(7^-) = 16$, $P(7) = 16$.

Solución:

O prezo aumentou dende que comezou o ano 2024 ata transcorridos 4 meses, logo diminuíu dende transcorridos 4 meses ata transcorridos 10 meses, e por último, aumentou dende transcorridos 10 meses ata finalizar o ano.

3.1.3.

Solución:

O prezo máximo alcanzouse despois de transcorridos 4 meses e foi de 25 euros. O prezo mínimo acadouse despois de transcorridos 10 meses e foi de 7 euros.

3.2.

$$f(x) = -8x^2 + 24x - 10$$

3.2.1

Os puntos de corte son:

Co eixe Y: para $x = 0$ temos que $f(0) = -10$, polo que o punto de corte é $(0, -10)$.

Co eixe X: temos que $f(x) = 0$, resolvendo obtemos que $x = \frac{1}{2}$, ou $x = \frac{5}{2}$, polo que os puntos de corte son $(\frac{1}{2}, 0)$ e $(\frac{5}{2}, 0)$.

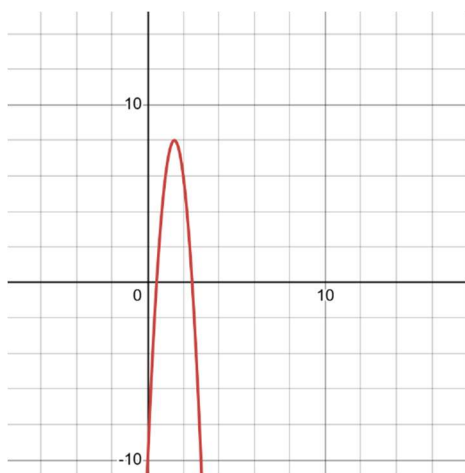
Monotonía e extremos:

Temos que $f'(x) = -16x + 24$, resolvendo $f'(x) = 0$, temos un punto crítico en $x = \frac{3}{2}$

Coma en $(-\infty, 3/2)$ $f'(x) > 0 \Rightarrow f$ é crecente nese intervalo.

Coma en $(3/2, \infty)$ $f'(x) < 0 \Rightarrow f$ é decrecente nese intervalo.

A función tería un máximo relativo en $x_0 = 3/2$, $f(3/2) = 8$.



3.2.2.

A área solicitada sería:

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_1^2 (f(x) - 4) dx = \int_1^2 (-8x^2 + 24x - 14) dx = \left(-\frac{8}{3}x^3 + 12x^2 - 14x \right) \Big|_1^2 = \\ &= \left(-\frac{64}{3} + 48 - 28 \right) - \left(-\frac{8}{3} + 12 - 14 \right) = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

Convocatoria extraordinaria 2025
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS
CIENCIAS SOCIAIS II

4.1

Temos que $P(A|B) = \frac{1}{2}$, $P(B|A) = \frac{1}{3}$ e $P(A \cup B) = \frac{1}{4}$

4.1.1.

$$\text{i) } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{2}P(B)$$

$$\text{ii) } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{3}P(A)$$

De i) e ii) temos que $P(B) = \frac{2}{3}P(A)$.

Empregando que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$:

$$\frac{1}{4} = P(A) + \frac{2}{3}P(A) - \frac{1}{3}P(A)$$

Temos que $P(A) = \frac{3}{16}$, $P(B) = \frac{1}{8}$ e $P(A \cap B) = \frac{1}{16}$.

4.1.2.

$$P(A \cap B) = \frac{1}{16} \quad \text{e} \quad P(A) \times P(B) = \frac{3}{16} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{128}.$$

Coma $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ os sucesos A e B non son independentes.

Convocatoria extraordinaria 2025
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS
CIENCIAS SOCIAIS II

4.2.

X : número de automóviles novos matriculados en Galicia con tecnoloxía híbrida

$$X \sim Bi(n = 5, p = \frac{40}{100} = 0,4)$$

4.2.1.

$$P(X = 0) = \binom{5}{0} \times 0,4^0 \times 0,6^{5-0} = 0,0778$$

4.2.2.

$$\begin{aligned} P(X > 3) &= P(X = 4) + P(X = 5) = \binom{5}{4} \times 0,4^4 \times 0,6^{5-4} + \binom{5}{5} \times 0,4^5 \times 0,6^{5-5} = \\ &= 0,0768 + 0,0102 = 0,0870. \end{aligned}$$