O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria, puntuadas cada unha con 2,5 puntos**: a primeira sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE. (2,5 puntos)

CONTEXTO

Nos últimos anos, hai unha tendencia que segue en aumento: empregar calzado deportivo non unicamente para realizar actividade física, senón como calzado de uso diario. Os motivos principais son a súa versatilidade e comodidade, xa que poden combinarse con case calquera vestimenta ao mesmo tempo que permiten realizar movementos naturais.

Antón é un apaixonado deste tipo de calzado, do que ten 60 pares, gardando cada par na súa correspondente caixa. O 80% son zapatillas tradicionais e o 20% zapatillas de deseño. Entre as zapatillas de deseño, o 75% están en bo estado, pero só o 50% das zapatillas tradicionais están en bo estado. Un día que se ergueu co tempo xusto, para non chegar tarde ao traballo, colleu ao azar unha caixa e calzou as zapatillas desa caixa.

Responda estes tres apartados: 1.1., 1.2. e 1.3.

1.1. Cal é a probabilidade de que Antón vaia calzado con zapatillas tradicionais ou zapatillas en bo estado?

1.2. Ao saír do traballo, Antón decide ir ao cine con dous amigos. Antón non quere levar calzadas zapatillas que non estean en bo estado nin zapatillas tradicionais, cal sería a probabilidade de que non teña que pasar pola súa casa a cambiar as zapatillas?

1.3. Antón ten 8 pares de zapatillas tradicionais de cor branca. Sabendo que se se escolle ao azar unha caixa das súas zapatillas os sucesos "ser brancas" e "ser de deseño" son sucesos independentes, cantos pares de zapatillas brancas de deseño ten Antón?

PREGUNTA 2. NÚMEROS E ÁLXEBRA. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2.1.1. Que condición ten que cumprir k para que A sexa invertible? Calcule A^{-1} cando sexa posible.

2.1.2. Para $k = 0$, calcule a matriz X que satisfai a igualdade $AX - A = B^2 + A^T$ sendo A^T a trasposta de A.

2.2. Discuta, segundo os valores do parámetro m, o sistema $\begin{cases} x + my + z = m, \\ x + (3-m)z = 2m, \\ my + 2z = 3m. \end{cases}$

PREGUNTA 3. ANÁLISE. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 3.1. ou 3.2.

3.1. Responda as dúas cuestións seguintes:

3.1.1. Enuncie o teorema do valor medio do cálculo diferencial.

3.1.2. Calcule $\int e^x \cos 3x dx$.

3.2. Dada a función $f(x) = \begin{cases} xe^{4x} & \text{se} \quad x < 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{1+x} & \text{se} \quad x \geq 0 \end{cases}$, pídese responder ás seguintes cuestións:

3.2.1. Estude a continuidade da función $f(x)$ en $x = 0$.
3.2.2. Estude a derivabilidade da función $f(x)$ en $x = 0$.
3.2.3. Calcule a ecuación da recta tanxente á curva $f(x)$ en $x = -1$.

PREGUNTA 4. XEOMETRÍA. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.

4.1. Considérense os planos $\pi: 2x + 3y + z + 1 = 0$ e $\pi': x + z - 1 = 0$ e os puntos $A(2,1,0)$ e $B(-1,-2,3)$.

4.1.1. Calcule a distancia do punto A ao plano paralelo a π que pasa por B.
4.1.2. Obteña as ecuacións paramétricas da recta intersección dos planos π e π'.

4.2. Dadas as rectas $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}$ e $s: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

4.2.1. Calcule a posición relativa das rectas r e s.
4.2.2. Obteña a ecuación do plano que contén ás rectas r e s.

El examen consta de **4 preguntas de respuesta obligatoria, puntuadas cada una con 2,5 puntos**: la primera sin apartados optativos y las tres siguientes con posibilidad de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2,5 puntos)

CONTEXTO

En los últimos años, hay una tendencia que sigue en aumento: emplear calzado deportivo no únicamente para realizar actividad física, sino como calzado de uso diario. Los motivos principales son su versatilidad y comodidad, ya que pueden combinarse con casi cualquier atuendo al mismo tiempo que permiten realizar movimientos naturales.

Antón es un apasionado de este tipo de calzado, del que tiene 60 pares, guardando cada par en su correspondiente caja. El 80% son zapatillas tradicionales y el 20% zapatillas de diseño. Entre las zapatillas de diseño, el 75% están en buen estado, pero solo el 50% de las zapatillas tradicionales están en buen estado. Un día que se levantó con el tiempo justo, para no llegar tarde al trabajo, cogió al azar una caja y se calzó las zapatillas de esa caja.

Responda estos tres apartados: 1.1., 1.2. y 1.3.

1.1. ¿Cuál es la probabilidad de que Antón vaya calzado con zapatillas tradicionales o zapatillas en buen estado?

1.2. Al salir del trabajo, Antón decide ir al cine con dos amigos. Antón no quiere llevar calzadas zapatillas que no estén en buen estado ni zapatillas tradicionales, ¿cuál sería la probabilidad de que no tenga que pasar por su casa a cambiar las zapatillas?

1.3. Antón tiene 8 pares de zapatillas tradicionales de color blanco. Sabiendo que al escoger al azar una caja de sus zapatillas los sucesos “ser blancas” y “ser de diseño” son sucesos independientes, ¿cuántos pares de zapatillas blancas de diseño tiene Antón?

PREGUNTA 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA. (2,5 puntos)

Responda uno de estos dos apartados: 2.1. o 2.2.

2.1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2.1.1. ¿Qué condición tiene que cumplir k para que A sea invertible? Calcule A^{-1} cuando sea posible.

2.1.2. Para $k = 0$, calcule la matriz X que satisfaga la igualdad $AX - A = B^2 + A^T$ siendo A^T la traspuesta de A.

2.2. Discuta, según los valores del parámetro m, el sistema $\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} x & + & my & + & z & = & m, \\ x & & & + & (3-m)z & = & 2m, \\ & & my & + & 2z & = & 3m. \end{array} \right.$

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (2,5 puntos)

Responda uno de estos dos apartados: 3.1. o 3.2.

3.1. Responda a las dos cuestiones siguientes:

3.1.1. Enuncie el teorema del valor medio del cálculo diferencial.

3.1.2. Calcule $\int e^x \cos 3x dx$.

3.2. Dada la función $f(x) = \begin{cases} xe^{4x} & \text{si} \quad x < 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{1+x} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$, se pide responder a las siguientes cuestiones:

3.2.1. Estudie la continuidad de la función $f(x)$ en $x = 0$.
3.2.2. Estudie la derivabilidad de la función $f(x)$ en $x = 0$.
3.2.3. Calcule la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x)$ en $x = -1$.

PREGUNTA 4. GEOMETRÍA. (2,5 puntos)

Responda uno de estos dos apartados: 4.1. o 4.2.

4.1. Considérense los planos $\pi: 2x + 3y + z + 1 = 0$ y $\pi': x + z - 1 = 0$ y los puntos $A(2,1,0)$ y $B(-1,-2,3)$.

4.1.1. Calcule la distancia del punto A al plano paralelo a π que pasa por B.
4.1.2. Obtenga las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos π y π'.

4.2. Dadas las rectas $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}$ y $s: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

4.2.1. Calcule la posición relativa de las rectas r y s.
4.2.2. Obtenga la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.