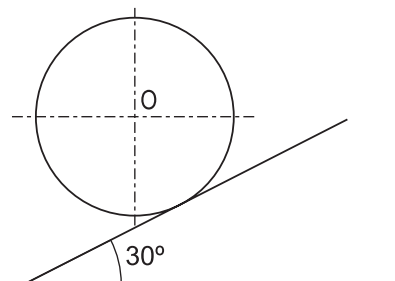


**MECÁNICA**

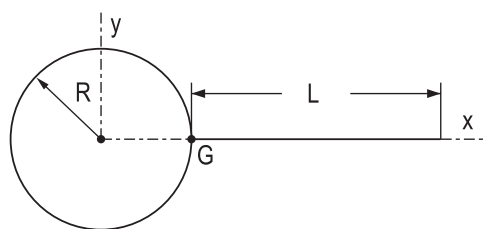
(2,5 puntos cada problema; escollerase a opción A ou B; non é necesario escoller en todos os problemas a mesma opción).

**PROBLEMA 1**

OPCIÓN A.- O cilindro da figura ten unha masa  $m = 100 \text{ kg}$ . Sabendo que o rozamento entre o cilindro e o plano inclinado é nulo, calcular a forza horizontal que hai que aplicar ó cilindro para que permaneza en equilibrio, así como a súa liña de acción.



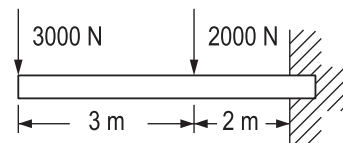
OPCIÓN B.- Calcular L en función de R para que o centro de masas do arame homoxéneo da figura (circunferencia e liña) estea situado no punto G.



**PROBLEMA 2**

OPCIÓN A.- Unha barra cilíndrica de metal de diámetro  $d = 10 \text{ mm}$ , e lonxitude  $L = 50 \text{ mm}$ , sométese nos seus extremos a unha forza de tracción  $F = 25000 \text{ N}$ . Obsérvase que mentres persiste a carga, a barra incrementa a súa lonxitude en  $0,152 \text{ mm}$ . Calcular o módulo de elasticidade do metal.

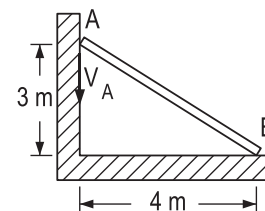
OPCIÓN B.- Achar o diagrama de momentos flectores da viga da figura.



**PROBLEMA 3**

OPCIÓN A.- Desde un punto situado a  $10 \text{ m}$  sobre o chan cíbbase unha pedra verticalmente cara arriba cunha velocidade de  $30 \text{ m/s}$ . Calcular a altura que alcanzará e a velocidade con que chegará ó chan.

OPCIÓN B.- A barra AB esvara sobre a parede e o chan. No instante en que a barra se atopa na posición da figura, o punto A esvara verticalmente cara abaixo cunha velocidade de  $V_A = 1,2 \text{ m/s}$ .

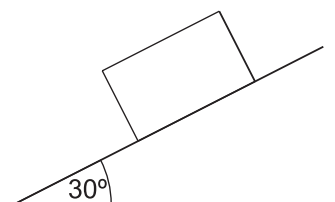


Calcular nese instante a velocidade do punto B.

**PROBLEMA 4**

OPCIÓN A.- Desde unha altura de  $200 \text{ m}$  déixase caer unha pedra de  $5 \text{ kg}$ . Calcular: a) a enerxía potencial no punto máis alto. b) A enerxía cinética ó chegar ó chan.

OPCIÓN B.- Un corpo de  $20 \text{ kg}$  é abandonado encima dun plano inclinado de  $30^\circ$ . Os coeficientes de rozamento estático e dinámico son, respectivamente,  $0,3$  e  $0,2$ . Calcular se o corpo esvara e, en caso afirmativo, calcular a aceleración de baixada.



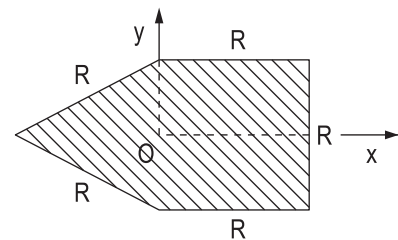
**MECÁNICA**

(2,5 puntos cada problema; escollérase a opción A ou B; non é necesario escoller en todos os problemas a mesma opción).

**PROBLEMA 1**

OPCIÓN A.- Unha escaleira homoxénea de 10 m de lonxitude e 600 N de peso, atópase en equilibrio co extremo A apoiado sobre o chan con rozamento, e o extremo B apoiado sobre unha parede vertical a 8 m do chan, sen rozamento. Calcular as reaccións sobre a escaleira en A e B.

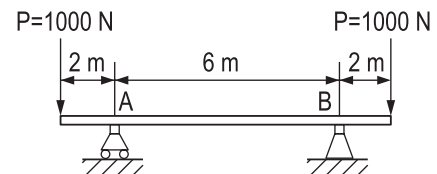
OPCIÓN B.- Calcular a posición do centro de gravidade da lámina homoxénea da figura.



**PROBLEMA 2**

OPCIÓN A.- Calcular o alongamento dunha barra de 10 cm de lonxitude e de sección cadrada de 1 cm de lado, cando se somete a un esforzo de tracción de 8000 N (non se supera o límite de proporcionalidade). Módulo de Young  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$

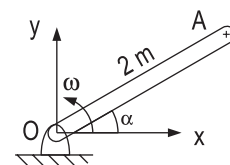
OPCIÓN B.- Achar o diagrama de momentos flectores da viga da figura.



**PROBLEMA 3**

OPCIÓN A.- Un avión que voa horizontalmente a unha altura de 2 km leva unha velocidade de 100 m/s. Calcular a distancia horizontal do branco (situado na terra) á que debe deixar caer unha bomba, para que estoupe nel.

OPCIÓN B.- A barra articulada rota en torno á articulación O con velocidade angular constante  $\omega = 5 \text{ rad/s}$ . Calcular a velocidade e aceleración do punto A cando o ángulo  $\alpha = 30^\circ$ . Dar o resultado en forma vectorial.

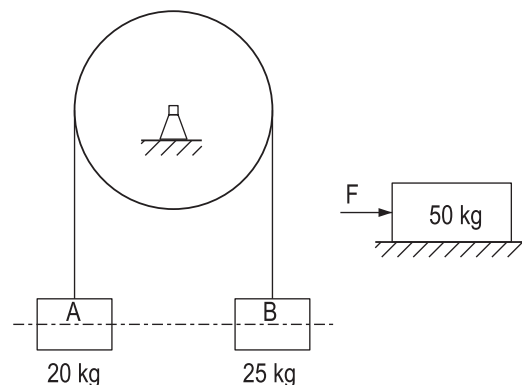


**PROBLEMA 4**

OPCIÓN A.- A polea da figura non ten masa nin rozamento. Partindo do repouso na posición da figura, libéranse as masas A e B. Calcular a velocidade das masas, cando unha delas ten descendido 4 m.

OPCIÓN B.- Un bloque de 50 kg de masa, colócase encima dunha superficie horizontal, coa que ten un coeficiente de rozamento estático de 0,8, e dinámico de 0,6. Sométese a unha forza horizontal F. Calcular a forza de rozamento:

a) Cando  $F = 750 \text{ N}$ ; b) cando  $F = 250 \text{ N}$



### CRITERIOS XERAIS

Cada un dos catro problemas da proba terá o mesmo peso na nota global, é dicir, o seu valor será de **2,5 puntos**. O criterio de cualificación de cada problema será o seguinte:

**PLANTEAMENTO:** Valorarase cun 30% da nota (**0,75 puntos**).

Neste apartado valoraranse a simplificación, esquematización, croquis ou figuras que o alumno realice demostrando a súa capacidade de abstracción no problema (ex.: representación do problema mediante un esquema, coas ligaduras simplificadas, separación de sólidos, identificación de puntos importantes, parámetros ou coordenadas elexidas, velocidades e aceleracións, forzas activas e reaccións, etc.). Valorarase tamén neste apartado a elección correcta das leis, principios ou teoremas, ecuacións, que permitan resolver adecuadamente o problema (nunca se esixirá a resolución por un único método, a menos que así se indique expresamente no enunciado do problema, deixando liberdade ao alumno para decidir o método que considera máis apropiado).

**DESENVOLVEMENTO:** Valorarase cun 30% da nota (**0,75 puntos**).

Este apartado valora a capacidade do alumno para aplicar as súas habilidades matemáticas de forma práctica para, partindo do planteamento do problema, poder chegar ao resultado numérico do mesmo. Valorarase a súa capacidade para ordear, simplificar e resolver as ecuacións ou sistemas de ecuacións planteados.

**RESULTADO:** Valorarase cun 30% da nota (**0,75 puntos**).

Neste apartado cualificarase o resultado numérico obtido. Daráselle especial importancia á congruencia dimensional (unidades) do mesmo. A máxima puntuación esixirá sempre un erro numérico inferior ao 2% (por arrastre de erros de cálculo), así como a expresión do resultado nas unidades do Sistema Internacional. Se se expresa noutro sistema, puntuarase co 50% da nota máxima para este apartado.

**PRESENTACIÓN:** Valorarase cun 10% da nota (**0,25 puntos**).

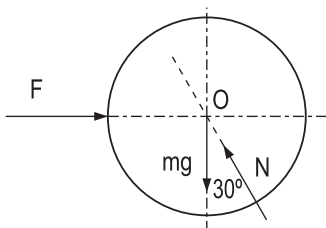
Segundo os Criterios Xerais, a presentación tamén se terá en conta na nota, de modo que se avaliará a craridade, limpeza, orde e pulcritude tanto no planteamento e no desenvolvemento como no resultado dos exercicios.

### SOLUCIÓNS CONVOCATORIA DE XUÑO

**PROBLEMA 1 OPCION A.-**

Para que exista equilibrio as tres forzas deben ser concurrentes. Como N e mg pasan por O, a forza F debe de pasar por O.

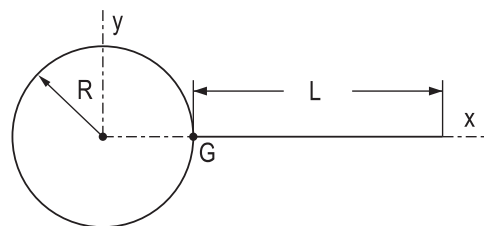
$$F = N \cdot \sin 30^\circ = \frac{mg}{\cos 30^\circ} \cdot \sin 30^\circ = 100 \cdot 9,8 \cdot \tan 30^\circ = 565,8 \text{ N.}$$



**PROBLEMA 1 OPCION B.-**

	$l_i$	$x_i$	$l_i \cdot x_i$
Circunferencia	$2\pi \cdot R$	0	0
Liña	L	$R + L/2$	$R \cdot L + L^2/2$
Sumas	$2\pi \cdot R + L$		$R \cdot L + L^2/2$

$$X_G = \frac{\sum l_i \cdot x_i}{\sum l_i}; \quad R = \frac{R \cdot L + L^2/2}{2\pi R + L}; \quad L = 2R \cdot \sqrt{\pi}$$



**PROBLEMA 2 OPCION A.-**

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 2^2 = 78,54 \text{ mm}^2$$

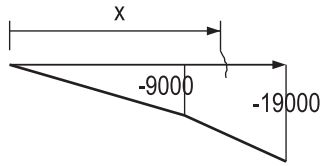
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{F/S}{\Delta L/L} = \frac{F \cdot L}{\Delta L \cdot S} = \frac{25000 \cdot 50}{0,152 \cdot 78,54} = 104706,95 \text{ N/mm}^2 = 104706,95 \text{ N/mm}^2 = 104706,95 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 104 \text{ GPa}$$

**PROBLEMA 2 OPCION B.-**

Tramo de 3 m.  $M_f = -3000x$ ; para  $x=3$ ,  $M_f = -9000 \text{ N}\cdot\text{m}$

Tramo de 2 m.  $M_f = -3000x - 2000(x-3) = 6000 - 5000x$

para  $x = 5$ ,  $M_f = -19000 \text{ N}\cdot\text{m}$

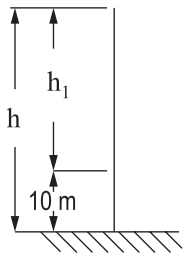


**PROBLEMA 3 OPCION A.-**

$$0 = V_0 - g \cdot t_1 = 30 - 10 \cdot t_1 \rightarrow t_1 = 3 \text{ s}$$

$$h_1 = V_0 t - \frac{1}{2} g \cdot (t_1)^2 = 90 - 45 = 45 \text{ m} \quad h = 10 \text{ m} + 45 \text{ m} = 55 \text{ m}$$

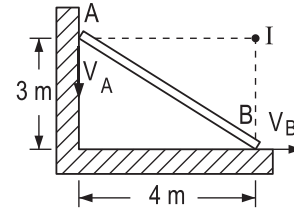
$$h = g \cdot t^2; \quad V = g \cdot t = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 55} = 33,16 \text{ m/s}$$



**PROBLEMA 3 OPCION B.-**

I é o centro instantáneo de rotación, é o punto de intersección das perpendiculares ás velocidades dos puntos A e B

$$\omega = \frac{V_A}{IA} = \frac{V_B}{IB} \Rightarrow V_B = V_A \frac{IB}{IA} = 1,2 \cdot \frac{3}{4} = 0,9 \text{ m/s}$$



**PROBLEMA 4 OPCION A.-**

A enerxía total é igual en todos os puntos do percorrido. No punto máis alto só hai enerxía potencial, e no chan só enerxía cinética, polo tanto ambas as dúas teñen que ser iguais.

a)  $E_C = 0; \quad E_p = m \cdot g \cdot h = 5 \cdot 10 \cdot 200 = 10000 \text{ J}$

a)  $E_p = 0; \quad E_C = (1/2)m \cdot V^2 = 10000 \text{ J}$

**PROBLEMA 4 OPCION B.-**

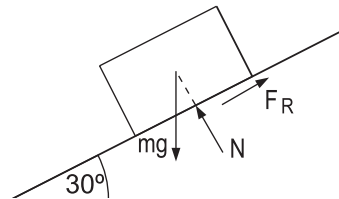
$$F_R = m \cdot g \cdot \text{sen}30^\circ = 100 \text{ N}$$

Valor máximo de  $F_R = \mu_e N = \mu_e m \cdot g \cdot \text{cos}30^\circ = 51,96 \text{ N}$

$F_R > \mu_e N \Rightarrow$  O corpo esvara.

$$m \cdot g \cdot \text{sen}30^\circ - \mu_d \cdot N = m \cdot a$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen}30^\circ - \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \text{cos}30^\circ = m \cdot a \quad a = 3,2 \text{ m/s}^2$$



**SOLUCIÓNS CONVOCATORIA DE SETEMBRO**

**PROBLEMA 1 OPCION A.-**

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow R_B \cdot 8 - 600 \cdot 3 = 0 \rightarrow R_B = 225 \text{ N Horizontal}$$

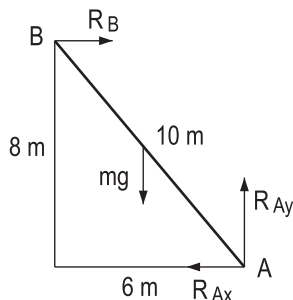
$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow R_{Ax} = R_B = 225 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_{Ay} = m \cdot g = 600 \text{ N}$$

$$R_A = \sqrt{(225^2 + 600^2)} = 640,8 \text{ N}$$

Ángulo que forma coa horizontal:  $\text{tg} \alpha = \frac{R_{Ay}}{R_{Ax}} =$

$$\frac{600}{225} = 2,67 \rightarrow \alpha = 69,44^\circ$$



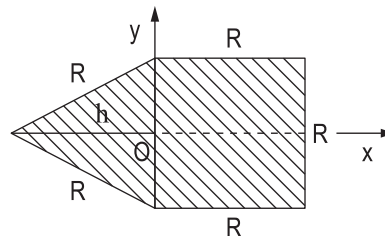
**PROBLEMA 1 OPCION B.-**

Triángulo:

$$h = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} R; \quad x_1 = -\frac{\sqrt{3}}{6} R; \quad A_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} R^2$$

Cadrado:

$$x_2 = \frac{R}{2}; \quad A_2 = R^2; \quad x_G = \frac{\Sigma A_1 x_1 + \Sigma A_2 x_2}{\Sigma A_i} = \frac{3R}{8+2\sqrt{3}}; \quad y_G = 0$$



**PROBLEMA 2 OPCION A.-**

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{P/S}{\Delta L/L_0} \Rightarrow \Delta L = \frac{P \cdot L_0}{S \cdot E} = \frac{8000 \cdot 10}{1.1 \cdot 2000000} =$$

$$0,04 \text{ cm}$$

**PROBLEMA 2 OPCION B.-**

As reaccións en A e B son verticais e valen  $R_A = R_B = 1000 \text{ N}$

Tramo  $0 \leq x \leq 2$  m  $M_f = -1000 \cdot x$

$$M_{\max} = -1000 \cdot 2 = -2000$$

Tramo  $2 \text{ m} \leq x \leq 8$  m  $M_f = -1000 \cdot x + 1000(x - 2)$   
 $= -2000$

Tramo  $8 \text{ m} \leq x \leq 10$  m  $M_f = -1000 \cdot x + 1000(x - 2)$   
 $+ 1000(x - 8) = -10000 + 1000 \cdot x$   $M_{\max} = -10000$   
 $+ 1000 \cdot 8 = -2000$



**PROBLEMA 3 OPCION A.-**

Movimiento vertical:  $2000 = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow t = 20$  s

Movimiento horizontal:  $x = V_0 \cdot t = 100 \cdot 20 = 2000$  m.

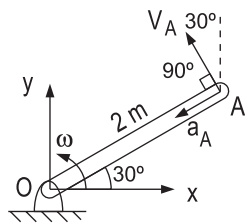
**PROBLEMA 3 OPCION B.-**

$$V_A = \omega \cdot OA = 5 \cdot 2 = 10 \text{ m/s} ;$$

$$\vec{V}_A = -10 \cdot \text{sen}30^\circ \cdot \mathbf{i} + 10 \cdot \text{cos}30^\circ \cdot \mathbf{j} = -5 \cdot \mathbf{i} + 5 \cdot \sqrt{3} \cdot \mathbf{j}$$

$$a_A = \omega^2 \cdot OA = 25 \cdot 2 = 50 \text{ m/s}^2 ;$$

$$\vec{a}_A = -50 \cdot \text{cos}30^\circ \cdot \mathbf{i} - 50 \cdot \text{sen}30^\circ \cdot \mathbf{j} = -25 \cdot \sqrt{3} \cdot \mathbf{i} - 25 \cdot \mathbf{j}$$



**PROBLEMA 4 OPCION A.-**

Tomamos a liña de puntos como nivel cero para a enerxía potencial.

$$\text{Instante inicial : } E_{T0} = E_{P0} + E_{C0} = 0$$

$$\text{Instante final (4m) } E_{Tf} = E_{Pf} + E_{Cf} = m_A \cdot g \cdot 4 +$$

$$m_B \cdot g \cdot (-4) + \frac{1}{2} (m_A + m_B) V^2 = 20 \cdot 9,8 \cdot 4 - 25 \cdot 9,8 \cdot 4 +$$

$$\frac{1}{2} (45) V^2 = -196 + \frac{1}{2} (45) V^2$$

$$\text{Conservación da enerxía } E_{T0} = E_{Tf} ; -196 + \frac{1}{2}$$

$$(45) V^2 = 0 \Rightarrow V = 2,95 \text{ m/s}$$

**PROBLEMA 4 OPCION B.-**

Forza de rozamento máxima  $= \mu_c \cdot N = 0,8 \cdot 50 \cdot 9,8 = 392$  N

a)  $700 \text{ N} > 392 \text{ N} \Rightarrow$  Hay movement  $F_R = \mu_d \cdot N =$   
 $0,6 \cdot 50 \cdot 9,8 = 294$  N

$250 \text{ N} < 392 \text{ N} \Rightarrow$  Non hai movement  $F_R = F = 250$  N

