MATEMÁTICAS

PRIMEIRA PARTE (Parte Común)

(Nesta primeira parte ***tódolos*** *alumnos deben responder a tres preguntas. Unha soa pregunta de cada un dos tres bloques temáticos: Álxebra Lineal, Xeometría e Análise. A puntuación máxima de cada pregunta é 2.5 puntos.)*

Bloque 1 **(Álxebra Lineal)** (*Responda a unha das dúas preguntas*)

1. Ache tres números sabendo que o primeiro menos o segundo é igual a un quinto do terceiro, se ó dobre do primeiro lle restamos seis resulta a suma do segundo e o terceiro e, ademáis, o triple do segundo menos o dobre do terceiro é igual ó primeiro menos oito.

2. Demostra que toda matriz cadrada 3-dimensional se pode escribir como suma dunha matriz simétrica e outra antisimétrica.

Bloque 2 **(Xeometría)** (*Responda a unha das dúas preguntas*)

1. A. Distancia entre dúas rectas que se cruzan.

B. Ache a distancia entre as rectas r e s de ecuacións:

$$r: \begin{cases} x = \alpha \\ y = -1 \\ z = 1 - \alpha \end{cases} \qquad s: \begin{cases} x = 1 + \beta \\ y = 2 \\ z = 2\beta \end{cases}$$

2. A. Ángulo que forman dúas rectas. Condición de perpendicularidade.

B. Determine o ángulo que forman a recta que pasa polos puntos $A = (1,0,-1)$ e $B = (0,1,-2)$ e a recta de ecuación: $x = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$

Bloque 3 **(Análise)** (*Responda a unha das dúas preguntas*)

1. Un barco B e dúas cidades A e C da costa forman un triángulo rectángulo en C. As distancias do barco ás cidades A e C son 13 Km e 5 Km, respectivamente. Un home situado en A desexa chegar ata o barco B. Sabendo que pode nadar a 3 Km/h e camiñar a 5 Km/h, ¿a que distancia de A debe abandoar a costa para nadar ata B se quere chegar o antes posible?

2. Demostre que a función f dada por $f(x) = \dfrac{4}{x^2 + x - 2}$ é estrictamente positiva en $(2, +\infty)$ e ache a área da rexión determinada pola gráfica de f, o eixe de abscisas e as rectas $x = 2$ e $x = 3$.

MATEMÁTICAS

SEGUNDA PARTE

<u>Bloque 4.a.</u> *(Responderán a unha das dúas preguntas deste bloque **só** aqueles alumnos que aprobaron Matemáticas II durante o actual curso académico 2003/2004. A puntuación máxima da pregunta é 2.5 puntos.)*

1. A. Escriba os distintos casos de indeterminacións que poden xurdir ó calcular límites de sucesións de números reais e poña un exemplo sinxelo (sen resolvelo) de, polo menos, catro deses casos.

B. Calcule $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+7}-\sqrt{n}\right)\sqrt{3n+5}$ indicando que tipo de indeterminación (ou indeterminacións) se presentan ó intentar resolver este límite.

2. A. Explique **<u>BREVEMENTE</u>** (en non máis de cinco liñas) como se aplica o método de Gauss para calcular o rango dunha matriz.

B. Determine, **<u>empregando o método de Gauss</u>**, o rango da matriz $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 7 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

<u>Bloque 4.b.</u> (Estatística) (*Responderán a unha das dúas preguntas deste bloque **só** aqueles alumnos que aprobaron Matemáticas II durante o curso académico 2002/2003 ou anteriores. A puntuación máxima da pregunta é 2.5 puntos.)*

1. A. Definición de función de densidade. Propiedades da función de densidade.

B. Obteña a función de distribución da variable aleatoria continua que tén por función de densidade:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2} + \beta x & se\ 1 \leq x < 5 \\ 0 & \text{en outro caso} \end{cases} \quad , \quad (\beta \in \mathbb{R})$$

2. A. Defina media e varianza dunha variable aleatoria binomial.

B. Lánzase unha moeda oito veces e anotamos o resultado. Repítese o proceso oitenta veces (é dicir, realízanse oitenta series de oito tiradas cada unha). ¿En cantos casos cabe esperar que obteñamos seis cruces e dúas caras?

MATEMÁTICAS

*(Nesta primeira parte **tódolos** alumnos deben responder a tres preguntas. Unha soa pregunta de cada un dos tres bloques temáticos: Álxebra Lineal, Xeometría e Análise. A puntuación máxima de cada pregunta é 2.5 puntos.)*

Bloque 1 (Álxebra Lineal) (*Responda a unha das dúas preguntas*)

1. A. Enunciado da regra de Cramer.

B. Determine os coeficientes do polinomio de grao dous tal que a súa gráfica pasa polos puntos (0,5), (1, 7) e (-1,5). ¿Pode haber outro polinomio de segundo grao, que pase por eses tres puntos? Razone a súa resposta.

2. A. Exprese a condición que teñen que cumprir dúas matrices M e N para que poida realizarse a súa suma. E, se o que pretendemos é multiplicalas, ¿que condición deben cumprir as matrices?

B. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$, ache unha matriz X tal que $AX + B = 0$.

Bloque 2 (Xeometría) (*Responda a unha das dúas preguntas*)

1. Comprobe que os puntos A = (1,0,3), B = (-2,5,4), C = (0,2,5) e D = (-1,4,7) son coplanarios. De todos os triángulos que se poden construir tendo como vértices tres deses catro puntos,¿cal é o de maior área? Obteña o valor de dita área.

2. Ache a ecuación xeral do plano π que contén á recta **r**: $\left\{\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{2}\right\}$ e é paralelo á recta **s** que pasa polos puntos $P = (2,0,1)$ e $Q = (1,1,1)$. Calcule a distancia de **s** a π.

Bloque 3 (Análise) (*Responda a unha das dúas preguntas*)

1. A. Interpretación xeométrica da derivada dunha función nun punto.

B. Determine as abscisas dos puntos da curva $y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 1$ nos que a recta tanxente forma un ángulo de 135º co sentido positivo do eixe de abscisas.

2. A. Definición de función continua nun punto. Explique brevemente os tipos de discontinuidades que existen.

B. Estudie a continuidade en toda a recta real da función f dada por: $f(x) = \begin{cases} \frac{sen\,(x)}{x} & se\ x > 0 \\ x + 1 & se\ x \leq 0 \end{cases}$

MATEMÁTICAS

Bloque 4.a. *(Responderán a unha das dúas preguntas deste bloque **só** aqueles alumnos que aprobaron Matemáticas II durante o actual curso académico 2003/2004. A puntuación máxima da pregunta é 2.5 puntos.)*

1. Deixamos caer unha pelota desde unha altura de 4 metros e, tras cada rebote, a altura acadada redúcese á metade da altura anterior. ¿Que altura acadará a pelota tras cada un dos cinco primeiros rebotes? ¿E tras o rebote vixésimo? ¿E tras o n-ésimo rebote? Se a_n denota a altura acadada tras o n-ésimo rebote, obteña unha cota superior e outra inferior desta sucesión. Calcule $\lim_{n\to\infty} a_n$.

2. Calcule $\int \frac{3x-2}{x^2+x+1}\,dx$

Bloque 4.b. **(Estatística)** (*Responderán a unha das dúas preguntas deste bloque **só** aqueles alumnos que aprobaron Matemáticas II durante o curso académico 2002/2003 ou anteriores. A puntuación máxima da pregunta é 2.5 puntos.)*

1. A velocidade dos coches que circulan por unha cidade segue unha distribución normal de media 40 Km./hora e varianza 100. Calcule a probabilidade de que un coche circule a unha velocidade ν con $\nu \in (\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ donde μ denota a media e σ denota a desviación típica. Utilizando a resposta anterior, ache a porcentaxe de coches que circulan a máis de 60 Km./hora. ¿Cal é a probabilidade de que un coche circule a menos de 70 Km./hora se se sabe que circula a máis de 40 Km./hora? Pode ser útil saber que se **Z** é unha variable normal estándar entón $P(\mathbf{Z}<2)=0.9772$ e $P(\mathbf{Z}<3)=0.9987$.

2. A vida útil (medida en anos) dun teléfono móbil fabricado por unha determinada empresa é unha variable aleatoria con función de densidade: $f(x) = \frac{2}{5} - \frac{2}{25}x$ se $0 < x < 5$ (e cero noutro caso).
A devandita marca ofrece unha garantía de ano e medio, de xeito que se o móbil falla nese período terá que reemplazalo por outro novo. Calcule a probabilidade de que se teña que reemplazar un móbil no período de garantía. Se un pai merca a cada un dos seus cinco fillos un móbil desa marca, determine a probabilidade de que polo menos un deles se avaríe durante o período de garantía.

CONVOCATORIA DE XUÑO

A puntuación máxima de cada pregunta é 2.5 puntos.
Soamente se puntuará a a primeira pregunta respondida de cada un dos catro bloques temáticos.
Non se puntuarán respostas (Si ou Non) que non veñan acompañadas dunha xustificación.
Por cada erro cometido en cálculos (que non sexan erros conceptuáis) descontarase 0.1. Entendendo que se ese valor errado se emprega despois no mesmo exercicio e conleva un resultado (aínda que erróneo) consecuente con esa conta, non se penalizará o resultado final.

Bloque 1.(Álxebra Linear)

1. Plantexamento: 1.5 puntos. Resolución: 1 punto.

2. Plantexamento: 1.5 puntos. Resolución: 1 punto.

Bloque 2.(Xeometría)

1. A. 1 punto.
1. B. 1.5 puntos.

2. A. Ángulo: 0.5 puntos. Condición de perpendicularidade: 0.5 puntos.
2. B. 1.5 puntos.

Bloque 3.(Análise)

1. Plantexamento: 1.5 puntos. Cálculo do punto crítico: 0.5 puntos. Comprobación da segunda derivada: 0.5 puntos.
2. Signo da función: 0.5 puntos. Cálculo da primitiva: 1.5 puntos. Aplicación da regra de Barrow: 0.5 puntos.

Bloque 4.a.

1. A. 1 punto: (0.5 polos casos de indeterminación e 0.5 puntos polos exemplos).
1. B. 1.5 puntos.

2. A. 1 punto.
2. B. 1.5 puntos.

Bloque 4.b. (Estatística)

1. A. Definición: 0.25 puntos. Propiedades: 0.5 puntos.
1. B. Cálculo do coeficiente: 0.75 puntos. Determinación da función de distribución: 1 punto.

2. A. 1 punto (0.5 puntos cada definición)
2. B. 1.5 puntos.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

A puntuación máxima de cada pregunta é 2.5 puntos.
Soamente se puntuará a a primeira pregunta respondida de cada un dos catro bloques temáticos.
Non se puntuarán respostas (Si ou Non) que non veñan acompañadas dunha xustificación.
Por cada erro cometido en cálculos (que non sexan erros conceptuáis) descontarase 0.1. Entendendo que se ese valor errado se emprega despois no mesmo exercicio e conleva un resultado (aínda que erróneo) consecuente con esa conta, non se penalizará o resultado final.

Bloque 1.(Álxebra Linear)

1. A. 1 punto.
1. B. 1.5 puntos. (Plantexamento e cálculo dos coeficientes: 1 punto. Resposta á

pregunta: 0.5 puntos)
2. A. 1 punto (0.5 puntos por cada resposta.)
2. B.: 1.5 puntos. (Plantexamento do sistema 1 punto. Resolución:0.5 puntos)

Bloque 2.(Xeometría)

1. Comprobación de que son coplanarios: 1 punto. Cálculo da área: 1 punto. Resposta á pregunta: 0.5 puntos.
2. Ecuación do plano: 1.5 puntos. Cálculo da distancia: 1 punto.

Bloque 3.(Análise)

1. A. 1 punto se se inclue unha explicación. Non se considera válido un simple debuxo.
1. B. Planteamiento: 1 punto (Pos saber que la tg(135º)=-1: 0.5 puntos, Por igualar la derivada a -1:0.5 puntos). Resolución de la ecuación de segundo grado: 0.5 puntos.
2. A. Definición: 0.75 puntos.
Discontinuidades: 0.75 puntos (0.25 por cada tipo)
2. B. 1. punto.
2. 2.5 puntos (Por calcular a primitiva en términos de logaritmos:1 punto, por calcular a outra primitiva en términos dunha función arcotanxente: 1.5 puntos).

Nota: se non incluen na expresión final a constante de integración rebáixanse 0.25 puntos.

Bloque 4.a.

1. Cálculo dos primeiros términos: 0.5 puntos (0.1 por cada un deles). Cálculo do término vixésimo: 0.5 puntos. Cálculo do término xeral: 0.5 puntos. Cota superior e inferior 0.5 puntos. Cálculo do límite: 0.5 puntos.

Bloque 4.b. (Estatística)

1. Probabilidade de que un coche circule a unha velocidade $\nu \in (\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ 1 punto. Cálculo da porcentaxe de coches que circulan a máis de 60 Km/h, (utilizando o resultado anterior): 0.5 puntos. Se o calcula sen empregar o resultado anterior, é dicir, sen utilizar a simetría : 0.4 puntos) Cálculo da última probabilidade: 1 punto.

2. Cálculo da probabilidade de reemplazo de un móvil no período de garantía: 1 punto distribuido da seguinte maneira: Plantexamento como a integral da función de densidade no intevalo [0, 1.5]: 0.5 puntos. Cálculo da primitiva: 0.25 puntos. Aplicación da regra de Barrow: 0.25 puntos

Cálculo da última probabilidade pedida: 1.5 puntos. (0.5 puntos polo plantexamento dos parámetros da binomial e 1 punto polo plantexamento e cálculo da citada probabilidade).